



Giuseppe  
Giuliani\*,  
Paolantonio  
Marazzini\*

# Induzione elettromagnetica: un possibile percorso didattico

(Pervenuto il 3.6.2011, approvato l'11.5.2012)

\* Dipartimento di  
Fisica, Pavia  
+ Milano

## ABSTRACT

Physics textbooks describe electromagnetic induction phenomena with the simple calculation rule called "flux law" but Maxwell's general law of electromagnetic induction law, based on the vector potential and invariant for Lorentz's transformations, shows that the induced *emf* is the consequence of time variations of the vector potential and the motion of electric charges in a magnetic field. The article reconsiders the presentation of these phenomena to high school students.

## 1 Introduzione

In quasi tutti i manuali di Elettromagnetismo ad uso degli studenti dei primi anni del corso di laurea in Fisica la legge con cui si descrive la genesi della forza elettromotrice indotta in un circuito è espressa dalla relazione:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

dove  $\phi$  è il flusso del campo magnetico attraverso una superficie – peraltro arbitraria – che abbia il circuito come contorno. Per conseguenza più o meno diretta, in quasi tutti i manuali di Fisica della Scuola Secondaria Superiore, i fenomeni di induzione elettromagnetica sono descritti dalla relazione:

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (2)$$

Queste equazioni sono denominate "legge di Faraday - Lenz" o, più raramente, "legge di Faraday - Neumann - Lenz". La trattazione dell'argomento in questione, sia a livello universitario, sia a livello di Scuola Secondaria Superiore, prende sempre in considerazione anche la possibilità di descrivere la genesi della forza elettromotrice indotta in un conduttore rettilineo di lunghezza  $l$  in moto rispetto a una sorgente di campo magnetico (supposto uniforme su tutto il conduttore) mediante la componente magnetica della forza di Lorentz:

$$\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} \quad (3)$$

Allo scopo, quasi tutti gli autori, si riferiscono al caso della sbarretta conduttrice che scivola senza attrito su un conduttore a forma di  $U$  disposto in un piano perpendicolare a un campo magnetico uniforme<sup>1</sup>. Tuttavia, subito dopo, si mostra anche che la forza elettromotrice indotta può essere espressa ancora mediante le relazioni (1) o (2), ricorrendo al concetto di flusso tagliato. Questa duplice descrizione dello stesso fenomeno pone ovviamente un problema, anche se, di solito, completamente ignorato. Se la (2) e la (3) sono interpretate come leggi causali avremmo un fenomeno, la forza elettromotrice indotta nella sbarretta, che ha contemporaneamente due cause distinte. I casi sono due: o una delle due leggi non è una legge causale; oppure non lo sono entrambe. Vedremo più avanti come questo dilemma possa essere risolto. In ogni caso, nelle trattazioni usuali, la legge della variazione del flusso assume un ruolo centrale nell'interpretazione dei fenomeni di induzione elettromagnetica. Una conclusione di questo tipo

semberebbe avere il supporto di Maxwell che, dopo aver descritto gli esperimenti di Faraday, afferma:

L'insieme di questi fenomeni può essere riassunto in una sola legge. Quando il numero delle linee dell'induzione magnetica che passano attraverso il circuito secondario nella direzione positiva cambia, nel circuito agisce una forza elettromotrice che è misurata dalla rapidità con la quale decresce l'induzione magnetica attraverso il circuito [1, p. 166, par. 531].

Tuttavia, in un paragrafo successivo intitolato "Equazioni generali dell'intensità elettromotrice [campo elettrico]", Maxwell, studiando l'interazione tra due circuiti percorsi da correnti, ricava per il campo elettrico nel circuito "indotto" la relazione (scritta con simbologia moderna):

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi \quad (4)$$

dove  $\varphi$  è il potenziale scalare,  $\vec{A}$  il potenziale vettore e  $\vec{v}$  la velocità del generico elemento infinitesimo del circuito "indotto". Maxwell commenta l'equazione (4) nel modo seguente:

L'intensità elettromotrice [campo elettrico], data dall'equazione (4), dipende da tre circostanze. La prima di queste è il moto della particella attraverso il campo magnetico. La parte della forza dipendente da questo moto è espressa dal primo termine al secondo membro dell'equazione. Esso dipende dalla [componente della] velocità della particella perpendicolare alle linee di induzione magnetica. [...] Il secondo termine nell'equazione (4) dipende dalla variazione temporale del campo magnetico. Questa può essere dovuta o alla variazione temporale della corrente elettrica nel circuito primario, o al moto del circuito primario. [...] L'ultimo termine è dovuto alla variazione della funzione  $\varphi$  nelle differenti parti del campo [1, p. 222, par. 599].

Si osservi che la (4), integrata lungo una linea chiusa, conduce all'equazione:

$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{dl} - \oint \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \vec{dl} \quad (5)$$

perché l'integrale di un gradiente lungo una linea chiusa è nullo. Evidentemente, la (5) è, per Maxwell, la legge generale dell'induzione elettromagnetica. Tuttavia, Maxwell non la scrive, limitandosi ad affermare che la forza elettromotrice indotta è data dall'integrale della (4). Inoltre, Maxwell non dedica alcun ulteriore commento a questa equazione; in particolare, non la raffronta con la legge del flusso discussa in precedenza e non esamina alcun fenomeno che consenta di porre in evidenza i limiti della (1) e la necessità della (5).

Il quadro delineato, seppure assai semplificato, permette comunque una prima conclusione: le descrizioni usuali dei fenomeni di induzione elettromagnetica appaiono concettualmente problematiche. I brevi cenni storici che abbiamo richiamato sembrano rendere ancora più complessa la situazione invece di chiarirla. In particolare, sorgono spontanee alcune domande: quale è la relazione tra la legge del flusso e la legge generale di Maxwell, eventualmente interpretata sulla base della nostra concezione di carica elettrica e di corrente? Quale è lo stato epistemologico delle due leggi? Quale il loro rapporto con gli esperimenti? E, infine, come affrontare questi argomenti in una Scuola Secondaria Superiore?

Questi temi sono stati trattati in una serie di pubblicazioni, che verranno citate in seguito. Ciò nonostante, riteniamo possa essere utile riprendere e approfondire alcune riflessioni con lo scopo preciso di proporre un possibile percorso didattico a livello di Scuola Secondaria che si distingua dalle usuali presentazioni basate sulla legge del flusso.

## 2 Heaviside e Hertz sul potenziale vettore

Un'accurata indagine di carattere storico, essenzialmente rivolta all'Ottocento (e che in questo lavoro non può essere sintetizzata), ha permesso di trovare alcune plausibili risposte alla domanda: se la legge generale dell'induzione trovata da Maxwell è la legge corretta (come vedremo essere), come mai tale legge è stata ignorata lasciando libero campo alla legge del flusso? Una prima risposta a questa domanda può essere individuata nella descrizione dei fenomeni di induzione elettromagnetica da parte di Maxwell. Infatti, sul piano teorico, egli talvolta fa prevalere il ruolo del potenziale vettore, talaltra quello del campo magnetico. Sul piano sperimentale, Maxwell non esamina alcun esperimento in grado di porre in evidenza la superiorità della relazione (5). In particolare, in nessun punto del *Trattato* prende in considerazione gli esperimenti realizzabili con il disco di Faraday (ne discuteremo più avanti) o con la dinamo unipolare, gli unici adatti, all'epoca di Maxwell, a mettere in crisi la legge del flusso<sup>2</sup>. Una seconda risposta si basa sul fatto che, verso la fine dell'Ottocento, Hertz e Heaviside hanno sferrato un attacco vittorioso all'uso, da parte di Maxwell, del potenziale vettore. Scrive Heaviside:

Il metodo con cui Maxwell dedusse... [la forza elettromotrice indotta in un conduttore in moto in un campo magnetico] è, in linea di principio, sostanzialmente identico; tuttavia, egli utilizza una funzione ausiliaria, il potenziale vettore della corrente elettrica, e ciò complica notevolmente le cose, specialmente per quanto concerne il significato fisico del processo. Quando possibile, è sempre desiderabile mantenersi il più possibile vicini ai principi primi [3, p. 46].

Ed Hertz:

Nella costruzione della nuova teoria, il potenziale vettore servì come un'impalcatura; con la sua introduzione, le forze a distanza che apparivano come discontinue in un punto particolare venivano sostituite da grandezze che, in ogni punto dello spazio, erano determinate solo dalle condizioni dei punti circostanti. Ma dopo che abbiamo imparato a considerare le stesse forze come grandezze di questo tipo, non vi è alcuna ragione di sostituirle con i potenziali a meno che non si ottenga un vantaggio matematico. Non mi pare che un simile vantaggio possa essere ottenuto inserendo il potenziale vettore nelle equazioni fondamentali; inoltre, ci si aspetta di trovare in queste equazioni relazioni tra grandezze fisiche che sono realmente osservate e non tra grandezze che servono solo per il calcolo [4, p. 195].

Appare quindi ragionevole concludere che l'azione congiunta di due fattori – sostanziale accordo (anche se, come vedremo, con numerose ipotesi *ad hoc*) delle predizioni della legge del flusso con gli esperimenti e potenziale vettore ridotto a puro strumento di calcolo – ha spianato la strada alla sedimentazione della legge del flusso e all'oblio della legge generale dell'induzione di Maxwell. Non deve quindi sorprendere se, a quanto ci è dato sapere, nei manuali del secolo scorso

so, la validità della legge del flusso non è stata posta in discussione sino all'apparire delle *Lezioni* di Feynman [5, pp. 17-1, 17-2]. È tuttavia interessante osservare come Feynman, pur dedicando molta attenzione al significato fisico del potenziale vettore, ma ignorando, evidentemente, la legge generale dell'induzione elettromagnetica di Maxwell, non abbia collegato le due questioni.

### 3 Ombre e dubbi sulla legge del flusso

Un primo elemento di rottura con la legge del flusso è costituito da alcuni lavori sperimentali realizzati intorno al 1910. Autori di questi lavori furono Carl Hering (1908) e André Blondel (1914). Per brevità descriveremo solo l'esperimento di Blondel, di interpretazione più immediata e adatto ad essere ripetuto in un laboratorio scolastico pur con le debite varianti, rinviando alla lettura del lavoro originale [6], per il contributo di Hering. L'apparato sperimentale usato da Blondel è illustrato in figura 1.

È un elettromagnete che genera fra le due espansioni circolari P un campo magnetico 'sensibilmente' uniforme, di intensità pari a 0.08 T. Queste definiscono uno spazio cilindrico la cui sezione trasversale ha un diametro di 24 cm e la cui altezza è di 26 cm. Entro questo spazio è collocato un tamburo in legno T di 20 cm di diametro. Su questo viene avvolto, in un certo numero (piccolo) di strati sovrapposti, un filo di rame di sezione pari a  $0.5 \text{ mm}^2$  isolato con cotone intrecciato. Un capo dell'avvolgimento è connesso ad un punto sulla sinistra del tamburo T specificato più avanti (il punto visibile nella figura corrisponde ad una delle configurazioni usate da Blondel); l'altro capo è fissato su un tamburo T', identico a T come mostrato in figura.

Le due estremità dell'avvolgimento fissate sui tamburi sono infine collegate tra loro attraverso i contatti striscianti f, f', il galvanometro di d'Arsonval G e il resistore R di resistenza elettrica pari a  $10^4 \Omega$ . Quando T' viene collegato al motore M già in moto, T inizia a ruotare 'assumendo molto rapidamente' una velocità angolare costante. Il numero totale di spire  $N + N'$  su T e T' è costante ma la rotazione sincrona dei due cilindri cambia il numero di spire poste nel campo magnetico producendo così una variazione di flusso magnetico attraverso l'intero avvolgimento costituito dalle  $N + N'$  spire. Blondel ha eseguito diversi esperimenti; di particolare importanza è l'esperimento in cui il capo fisso dell'avvolgimento sul tamburo T, diversamente da quanto mostrato in figura 1, è fissato su un anello conduttore avente lo stesso diametro del tamburo e connesso al circuito galvanometrico attraverso un contatto strisciante sull'anello medesimo. In questo caso la legge del flusso prevede che

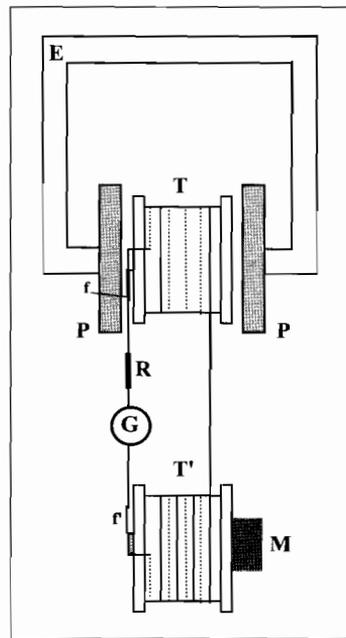


Figura 1. Apparato sperimentale di Blondel.

$$|\mathcal{E}'| = \left| -\phi \frac{dN}{dt} \right| \quad (6)$$

dove  $\phi$  è il flusso del campo magnetico attraverso una singola spira di T,  $N$  il numero di spire su T. Negli esperimenti di Blondel,  $|dN/dt| = 6.66$  e quindi, considerando che il diametro di una spira, coincidente in prima approssimazione con il

diametro del tamburo di legno, è di 20 cm e che, come detto in precedenza  $B = 0.08$  T, si ottiene, con semplici calcoli una *fem* uguale a 0.017 V. Il dato sperimentale ottenuto è invece, inequivocabilmente, data la grande sensibilità del galvanometro usato,  $\mathcal{E} = 0$ .

Questo è un punto cruciale. Si supponga, per un momento, che la variazione del flusso del campo magnetico sia la *causa* della *fem* indotta. Tale variazione può essere dovuta o ad una variazione temporale del campo magnetico o/e ad una variazione temporale della superficie attraversata dal campo. Ne segue che la variazione del flusso del campo magnetico dovrebbe *produrre* una *fem* indipendentemente da come la variazione del flusso è ottenuta. Infatti, se  $C$  è causa dell'effetto  $E$ , il verificarsi di  $C$  dovrebbe produrre  $E$  qualunque sia il modo in cui  $C$  si realizza.

D'altra parte è evidente che la legge del flusso non è una legge causale: è solo una *regola di calcolo* non generalizzabile senza ipotesi *ad hoc*, come nel caso degli esperimenti di Hering e Blondel. Per questo motivo, d'ora innanzi, parleremo di *regola* e non di *legge* del flusso.

### 3.1 Feynman e altri

Le critiche di Blondel (e di Hering) alla regola del flusso non trovarono alcuna eco nei grandi trattati europei di fisica sperimentale della prima metà del Novecento. È vero che nel *Course de Magnetisme et d'Electricité* del Bouasse (1914) viene riprodotta la formulazione maxwelliana della legge dell'induzione, ma non viene fatto alcun riferimento ad esperimenti in grado di porne in evidenza la superiorità interpretativa rispetto alla regola del flusso [8, p. 322]. Per contro, i trattati di Chwolson [9] e Muller - Pouillets [10] non presentano alcuna critica alla regola del flusso. Solo a partire dagli anni Sessanta del Novecento, appaiono diversi lavori che, in vario modo, si sono occupati della regola del flusso. Nelle sue *Lezioni* Feynman scrive [5, p. 17.2]:

Dobbiamo guardare alla 'legge del flusso' in questo modo. In generale, la forza sulla carica unitaria è  $\vec{F}/q = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$ . In fili in moto c'è una forza derivante dal secondo termine. Inoltre, c'è un campo elettrico se, da qualche parte, c'è un campo magnetico che varia. Sono due effetti indipendenti, ma la *fem* lungo un filo chiuso è sempre uguale al tasso di variazione del flusso magnetico attraverso di esso.

Tuttavia, poco più avanti, Feynman discute alcuni esempi ai quali la regola del flusso non può, a suo giudizio, essere applicata. La conclusione è [5, p. 17.3]:

La fisica *corretta* è sempre data dalle due leggi fondamentali:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (7)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (8)$$

Gli altri contributi, quando non sono meramente illustrativi del fenomeno o della regola del flusso sono caratterizzati da varie ipotesi *ad hoc* tese a salvare i fenomeni e la regola del flusso. Il lettore che volesse approfondire questo argomento potrebbe iniziare da [11] che, pur non essendo il più recente, è rappresentativo di questa serie di lavori; uno dei più recenti è invece quello di Galili *et al.* [12].

#### 4 Dalla parte di Maxwell

In [13], è stato dimostrato che:

- A) Definendo la *fem* indotta come l'integrale di linea di  $\vec{F}/q$ , dove  $\vec{F}$  è la forza di Lorentz sulla carica  $q$ :

$$\mathcal{E} = \oint (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} + \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (9)$$

e tenendo conto del fatto che ( $\varphi$  potenziale scalare;  $\vec{A}$  potenziale vettore):

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (10)$$

si ottiene immediatamente la legge (5), già ricavata in altro modo da Maxwell<sup>3</sup>:

$$\mathcal{E} = \oint \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{l} + \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}. \quad (11)$$

La *fem* indotta è quindi, come riconosciuto da Feynman, prodotta da due fenomeni distinti: la variazione temporale del potenziale vettore ed il moto delle cariche nel campo magnetico. Nella (11),  $\vec{v}$  è la velocità della carica.

- B) La (11) può essere scritta in funzione del campo magnetico<sup>4</sup>:

$$\mathcal{E} = \left[ -\frac{d}{dt} \oint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS - \oint (\vec{v}_l \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \right] + \left\{ \oint (\vec{v}_l \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \oint (\vec{v}_d \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \right\}. \quad (12)$$

Nella (12) la velocità della carica è stata scritta come  $\vec{v} = \vec{v}_l + \vec{v}_d$ , dove  $\vec{v}_l$  è la velocità dell'elemento di circuito contenente la carica e  $\vec{v}_d$  la velocità di deriva della carica. Questa composizione galileiana delle velocità<sup>5</sup> è permessa dal fatto che  $v_l \ll c$  e  $v_d \ll c$ . Inoltre sono stati messi tra parentesi quadre i termini che derivano dal primo integrale al terzo membro della (9) e tra parentesi graffe quelli che derivano dal secondo integrale al terzo membro della (9). Questa separazione è fisicamente significativa, perché mostra che, quando il potenziale vettore (e, di conseguenza il campo magnetico) non dipende dal tempo, la somma algebrica dei due termini tra parentesi quadre è nulla e la *fem* indotta è unicamente dovuta al moto delle cariche nel campo magnetico. La (12) spiega anche perché, quando l'integrale contenente la velocità di deriva è nullo (circuiti filiformi in cui la velocità di deriva è parallela all'elemento infinitesimo di circuito oppure circuiti ad essi equivalenti), la regola del flusso predice correttamente la *fem* indotta, pur oscurandone completamente l'origine fisica. Su questo punto ritorneremo con ulteriori precisazioni nella sezione 5.2.

- C) La legge generale dell'induzione elettromagnetica (11) è invariante per trasformazioni di Lorentz.
- D) La regola del flusso non è una legge causale e non è una legge di campo. Non è una legge causale perché prevede infinite cause per lo stesso effetto. Le infinite cause sono i flussi del campo magnetico attraverso le infinite superfici che hanno lo stesso circuito come contorno. Non è una legge di campo perché connette ciò che accade in un determinato istante sulla superficie  $S$  (pe-

raltro arbitraria) a ciò che accade, allo stesso istante, sul circuito, prevedendo così una propagazione delle interazioni fisiche con velocità infinita.

- E) In conduttori estesi si deve tener conto del contributo alla *fem* indotta della velocità di deriva. Il caso del disco di Corbino<sup>6</sup> illustra efficacemente questo fenomeno: l'applicazione della legge generale dell'induzione permette di predire (e calcolarne quantitativamente le caratteristiche) il fenomeno della magnetoresistenza senza introdurre modelli microscopici della conduzione elettrica.

Si osservi infine come la legge generale dell'induzione spieghi tutti gli esperimenti realizzati da Blondel (e da Hering). Prima di passare all'analisi dei problemi didattici osserviamo che la legge generale dell'induzione elettromagnetica ripropone il problema del significato fisico del potenziale vettore. Per brevità non affronteremo questo argomento, rinviando alle riflessioni riportate in [15], nonché ai lavori sul significato della 'corrente di spostamento' [16, 17, 18]. Per quanto concerne il significato fisico del potenziale vettore, condividiamo l'impostazione di [15] secondo cui un termine teorico ha significato fisico se la sua eliminazione riduce le capacità predittive di una teoria o, in seconda istanza, ne riduce le capacità descrittive. Riteniamo che questo criterio debba essere applicato anche al caso della corrente di spostamento, con una ulteriore osservazione: la disputa tra Roche e Jackson non può, purtroppo, avvalersi di dati sperimentali riguardanti il campo magnetico tra le armature di un condensatore durante la carica o la scarica.

## 5 Problemi didattici

### 5.1 Pre-requisiti

Quando, in un Liceo della Scuola Secondaria Superiore, si giunge a trattare la corrente indotta, gli studenti, solitamente, sanno che:

- A) la forza elettromotrice presente in un circuito elettrico può essere considerata come la circuitazione di un campo elettromotore calcolata lungo il circuito. Questo concetto viene presentato durante lo studio dei circuiti elettrici, anche se, solitamente, non è formalizzato con il calcolo integrale;
- B) gli effetti magnetici sono associati alla presenza di un campo magnetico  $\vec{B}$  che, a sua volta, è generato da correnti elettriche macroscopiche (nei circuiti) e microscopiche (nei magneti) e, più in generale, dal moto di cariche elettriche;
- C) l'interazione campo magnetico - corrente elettrica è descritta dalla relazione  $\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$ ;
- D) l'interazione campo magnetico - carica elettrica è descritta dalla relazione  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  che, integrata dalla relazione  $\vec{F} = q\vec{E}$  (introdotta durante il precedente studio del campo elettrico), conduce alla relazione  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ .

Pertanto, una trasposizione meccanica del formalismo che conduce alla legge generale dell'induzione elettromagnetica non sembra possibile, date le difficoltà che si possono incontrare introducendo il concetto di potenziale vettore. Si tratta quindi di individuare un ragionevole compromesso che preveda diverse varianti da utilizzare in funzione della risposta della classe, della disponibilità di strumenti di laboratorio o di altri supporti didattici.

## 5.2 Un possibile percorso

La definizione di uno specifico percorso didattico è compito del singolo docente. In generale, esso dovrà prevedere, tra l'altro, la realizzazione di esperimenti, l'uso di materiali disponibili in rete, la lettura di fonti primarie. Non dovrebbe inoltre mancare una riflessione sulle varie modalità di produzione di energia elettrica e sui connessi risvolti economici, sociali ed ecologici.

Riteniamo tuttavia possa essere di qualche utilità sottoporre all'attenzione del lettore alcuni possibili passaggi.

Il primo passo potrebbe essere di natura sperimentale e prevedere l'esecuzione di vari esperimenti di induzione elettromagnetica. Particolarmente istruttivo appare un esperimento consistente nell'introdurre, estrarre e ruotare spire di forma rettangolare in un campo magnetico statico e uniforme (o quasi). Un esperimento di questo tipo è stato descritto in dettaglio in [20] e può essere riprodotto con materiali che dovrebbero essere reperibili in un laboratorio didattico. Se condotto prima di qualsiasi introduzione teorica, esso permette di stimolare una discussione sulle formule che, ragionevolmente, possono descrivere i fenomeni osservati. Come mostrato in [20, pp. 292 - 295], le formule che si presentano come buone candidate sono quella che coinvolge la componente magnetica della forza di Lorentz

$$\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l}. \quad (13)$$

e, ad un livello più mediato, la regola del flusso. La discussione dei risultati dell'esperimento produce un contesto problematico che, se opportunamente gestito dal docente, stimola la creatività e le capacità di riflessione critica degli studenti. Esso permette inoltre di porre il problema di cosa succede se, invece di usare il sistema di riferimento del magnete (laboratorio) ci si pone nel sistema di riferimento della spira in moto rispetto al magnete in cui (diversamente dal sistema di riferimento del magnete) il campo magnetico dipende dal tempo. Questo delicato passaggio concettuale può essere illustrato mediante l'uso di una sonda di Hall che, se posta in prossimità del magnete e in quiete rispetto ad esso, indica un campo magnetico statico. La misura della sonda è effettuata nel suo sistema di riferimento, che, in questo caso, *coincide* con quello del magnete. Viceversa, se la sonda si muove rispetto al magnete essa segnala un campo magnetico dipendente dal tempo. La misura della sonda è, ovviamente, sempre effettuata nel suo sistema di riferimento che, però, in questo caso, è diverso da quello del magnete: infatti, la sonda "vede" il magnete in moto. Questo cambiamento del punto di vista mostra che la formula (13) è sicuramente incompleta e richiede la presenza di un altro termine dipendente dal tempo, come mostrato dalla (11). Si potrà infine richiamare l'introduzione del lavoro di Einstein del 1905 sulla relatività ristretta in cui si afferma che la asimmetria inerente alle usuali descrizioni dell'interazione tra un magnete e una spira in moto relativo è stata una delle ragioni che hanno stimolato la nascita della nuova teoria [21, p.1]. Un secondo esperimento in grado di stimolare curiosità e riflessione critica è costituito dal disco di Faraday, schematizzato in figura 2.

In questo esperimento un disco conduttore e un magnete permanente di forma cilindrica (non mostrato in figura) possono ruotare intorno a un identico asse, coincidente con l'asse di simme-

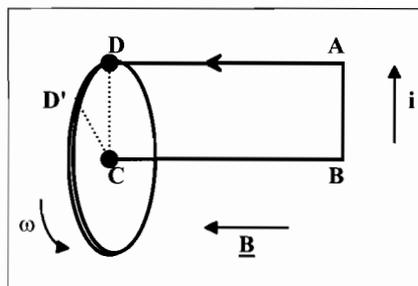


Figura 2. Schema del disco di Faraday.

tria del magnete, mentre il centro e un punto del bordo del disco sono connessi mediante un conduttore filiforme alla cui estremità sono saldati due contatti striscianti: il conduttore filiforme rimane sempre in quiete rispetto al sistema di riferimento del laboratorio. L'esperimento prevede che:

- a) il disco ruoti mentre il magnete sta fermo nel sistema del laboratorio;
- b) il disco stia fermo nel sistema del laboratorio mentre il magnete ruota;
- c) il disco e il magnete ruotino solidalmente nel sistema del laboratorio.

Gli esiti dell'esperimento nei tre casi sono riassunti nella Tabella 1 ove, in particolare, nella quarta colonna si indicano i casi in cui l'amperometro rileva un passaggio di corrente<sup>7</sup>.

Cosa si muove?	Moto relativo disco - magnete	Moto relativo disco - laboratorio	Corrente indotta
Disco	Sì	Sì	Sì
Magnete	Sì	No	No
Disco e magnete	No	Sì	Sì

Tabella 1: esperimenti di Faraday con il disco. La tabella pone in evidenza: che cosa si muove rispetto al laboratorio (colonna 1); il moto relativo tra disco e magnete (colonna 2); il moto del disco rispetto al laboratorio (colonna 3); se c'è corrente indotta nel circuito (colonna 4). L'analisi della tabella mostra che il moto che determina la corrente indotta è quello del disco rispetto al laboratorio e non il moto relativo tra disco e magnete.

Sulla base di questa tabella, il circuito è percorso da corrente se ruota il disco o il magnete insieme al disco; viceversa, non viene indotta alcuna corrente se ruota solo il magnete. La descrizione teorica del disco di Faraday sulla base della regola del flusso pone bene in evidenza il fatto che essa richiede esplicite assunzioni *ad hoc* (figura 2). La regola del flusso riesce a predire la *fem* indotta solo considerando superfici particolari (*ad hoc*) come la ADD'CBA, ma non, per esempio, la ADCBA. D'altra parte, è immediato verificare che la legge generale (11) descrive i fenomeni osservati mediante l'uso del termine dipendente dalla componente magnetica della forza di Lorentz.

Si potrebbero poi discutere gli esperimenti di Blondel e/o realizzare una versione semplificata di un esperimento discusso da Blondel nella parte finale del suo articolo. In questo esperimento il campo magnetico uniforme generato dalle due piastre dell'elettromagnete (figura 1) è sostituito da quello *interno* ad un magnete cilindrico. L'esperimento è illustrato in un filmato disponibile in rete [23]. Il magnete cilindrico usato nell'esperimento è costituito da 24 magneti al neodimio inseriti in un tubo di plastica. Data la brevità del filmato, è necessario proiettarlo fotogramma per fotogramma (usando, per esempio, *QuickTime*): si pone così in evidenza che sinché l'avvolgimento si svolge regolarmente non vi è alcuna *fem* indotta<sup>8</sup>. Dati dell'esperimento:  $B = 0.25$  T, 10 spire svolte in 0.34 s, diametro dei magneti 21 mm. Secondo la regola del flusso la *fem* indotta sarebbe dovuta essere pari a  $\approx 2,5$  mV che debbono essere paragonati con il segnale di fondo pari a  $4 \mu\text{V}$ .

Le difficoltà didattiche maggiori si presentano a livello teorico. Non a caso, è a questo livello che, nel corso della storia, si sono presentati i problemi che abbiamo discusso nelle sezioni precedenti. Siccome gli studenti dovrebbero possedere i requisiti (A - D) elencati in precedenza, si potrebbe, in riferimento alla figura 3:

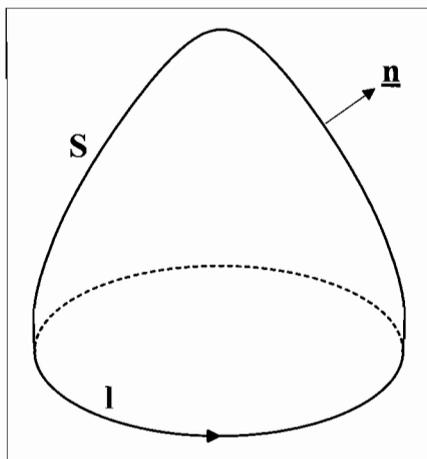


Figura 3.  $l$  è un circuito filiforme conduttore immerso in un campo magnetico che, in generale, è dipendente dal tempo e non uniforme. Si suppone che  $l$  si possa deformare o si possa spostare rigidamente in modo tale che, in ogni istante, è definita la velocità di ogni elemento del circuito. Di conseguenza, la superficie  $S$  attraverso cui si calcola il flusso  $\phi$  del campo magnetico, dipende dal tempo:  $d\phi/dt$ , cioè la variazione per unità di tempo del flusso del campo magnetico attraverso di essa può quindi essere diversa da zero anche se il campo magnetico non dipende dal tempo. Nel caso in cui il circuito giace su un piano, la superficie  $S$  può essere semplicemente quella della porzione di piano delimitata dal circuito. In questo caso è più facile visualizzare cosa succede alla superficie quando il circuito si deforma o si muove.

1. Definire la fem indotta come la circuitazione, lungo il circuito, di  $\vec{F}/q$  dove  $\vec{F}$  è la forza di Lorentz sulla carica  $q$ :

$$\mathcal{E} = \oint (\vec{E} + \vec{v}_c \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} + \oint (\vec{v}_c \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}. \quad (14)$$

Questa definizione può essere presentata come una generalizzazione di quella contenuta nel punto A) del paragrafo 4. Si dovrebbe però specificare che il campo elettrico che compare in questa equazione dipende, in generale, dal tempo e che la velocità è la velocità della carica. Il docente può evitare, volendo, di usare la notazione integrale.

2. Affermare che, eseguendo i calcoli, si ottiene l'equazione:

$$\mathcal{E} = \left[ -\frac{d\phi}{dt} - \oint (\vec{v}_l \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \right] + \oint (\vec{v}_c \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (15)$$

dove,  $\phi$  è il flusso del campo magnetico attraverso una qualunque superficie che abbia il circuito come contorno (figura 3) e  $\vec{v}_l$  è la velocità dell'elemento di circuito che contiene la carica. Il termine  $\oint (\vec{v}_l \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$  è dovuto al moto/deformazione del circuito: esso è nullo quando il circuito è in quiete nel sistema di riferimento del magnete che genera il campo magnetico oppure quando il circuito si muove rigidamente in un campo magnetico uniforme.

3. Osservare che, nell'approssimazione in cui vale la composizione galileiana delle velocità,  $\vec{v}_c = \vec{v}_l + \vec{v}_d$ . Nel caso di circuiti filiformi, il contributo della velocità di deriva si annulla, perché è nullo il prodotto  $(\vec{v}_d \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$ . Si ottiene quindi:

$$\mathcal{E} = \left[ -\frac{d\phi}{dt} - \oint (\vec{v}_l \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \right] + \oint (\vec{v}_l \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}. \quad (16)$$

Come nella (12), la somma dei termini tra parentesi quadra è nulla quando il campo magnetico non dipende dal tempo: rimane attivo soltanto il contributo della componente magnetica della forza di Lorentz. D'altra parte, siccome da un punto di vista puramente analitico, i due integrali si elidono, la (16) mostra come

la *regola* del flusso possa descrivere, con i limiti (predittivi, concettuali ed epistemologici) noti, i fenomeni di induzione elettromagnetica.

4. Nella discussione dei vari esperimenti (effettivamente realizzati o descritti) porre bene in evidenza quale è l'*origine fisica* della *fem* indotta: variazione temporale del campo magnetico o/e moto delle cariche nel campo magnetico.

### 5.3 Induzione elettromagnetica e relatività

Questo argomento, solitamente, non è trattato. Tuttavia, esso è, dal punto di vista concettuale, importante. In precedenza, abbiamo avuto modo di ricordare che la legge generale dell'induzione elettromagnetica è invariante per trasformazioni di Lorentz mentre la *regola del flusso* non lo è.

Per ragioni di spazio, non svilupperemo qui la trattazione: il lettore interessato può trovarla in [24].

## Conclusioni

Nel presente lavoro si propone un approccio ai fenomeni di induzione elettromagnetica basato sulla "legge generale dell'induzione elettromagnetica" sostanzialmente scoperta da Maxwell ma poi dimenticata (ignorata?). L'argomento si presta anche a riflessioni di natura epistemologica di particolare rilievo e permette riferimenti a brani di testi fondamentali la cui lettura e discussione possono efficacemente integrare la trattazione dell'argomento<sup>9</sup>.

## Note

1. Si noti che, nell'equazione (3) applicata alla sbarretta, la velocità che ivi compare è la velocità della sbarretta. Più avanti vedremo che si dovranno considerare altre due velocità: quella delle cariche all'interno della sbarretta (velocità di deriva) nonché la somma delle due (velocità totale delle cariche).
2. Se si prescinde da un esperimento di Riccardo Felici [2] che presenta molte analogie con quello di Blondel che discuteremo più avanti, ma che fu ignorato dai fisici dell'Ottocento.
3. In realtà, nella deduzione maxwelliana, la velocità che compare nella (11) è la velocità dell'elemento infinitesimo di circuito e non la velocità della carica: Maxwell, infatti, non possedeva un modello di corrente elettrica. In particolare, Maxwell non era in grado di scrivere la formula  $\vec{j} = nq\vec{v}_d$ , che connette il vettore densità di corrente alle grandezze fisiche che caratterizzano la carica  $q$ .
4. Il lettore interessato ai passaggi analitici che trasformano la (11) nella (12), può vedere [14].
5. Si ricordi che la velocità di deriva è definita nel sistema di riferimento dell'elemento di circuito in moto rispetto al sistema di riferimento del laboratorio.
6. Oltre che in [13], il disco di Corbino è discusso in [19].
7. In rete si trovano filmati che ne illustrano il comportamento qualitativo [22].
8. Il filo deve essere tirato in modo tale che la sua velocità sia tangente ad una sezione circolare del cilindro. Siccome il campo magnetico ai lati del cilindro non è nullo, si desta una *fem* indotta quando il filo ha una velocità tale per cui  $(\vec{v} \times \vec{B})$  ha una componente non nulla lungo il filo medesimo.
9. Per alcuni di questi si può vedere [19].

## Bibliografia

- [1] MAXWELL J.C., *A Treatise on Electricity and Magnetism*, vol. II, Macmillan and Co., London, 1873. In rete all'interno del sito: <http://gallica.bnf.fr>
- [2] FELICI R., "Ricerche sulle leggi generali della induzione elettrodinamica", *Il Nuovo Cimento*, 1, 325 - 341, 1855.
- [3] HEAVISIDE O., *Electromagnetic theory*, vol. I, "The Electrician" Printing and Publishing Company, London, 1893. In rete all'interno del sito: <http://www.archive.org/>
- [4] HERTZ H.R., *Electric Waves*, Dover Publications, New York, 1954. In rete all'interno del sito: <http://www.archive.org/>

- [5] FEYNMAN R., LEIGHTON R., SANDS M., *The Feynman Lectures on Physics*, vol.II, Addison Wesley, Reading, Ma., 1964.
- [6] HERING C., "An imperfection in the usual statement of the fundamental law of electromagnetic induction", *Trans. Amer. I.E.E.*, 27, 1341 - 1371, 1908.
- [7] BLONDEL A., "Sur l'énoncé le plus général des lois de l'induction", *Compt. Rend. Ac. Sc.*, 159, 674 - 679, 1914. In rete all'interno del sito: <http://gallica.bnf.fr>
- [8] BOUASSE H., *Cours de Magnetisme et d'Électricité*, III ed., vol. III, Paris, 1914.
- [9] CHWOLSON O.D., *Traité de Physique*, opera tradotta dall'edizione russa e tedesca, vol. V, primo fascicolo, Librairie Scientifique A. Hermann et fils, Parigi, 1914
- [10] MÜLLER C., POUILLETS J.J., *Lehrbuch der Physik*. Vierter Band (Elektrizität und Magnetismus) - Erster Teil. Grundlagen der Lehre von Elektrizität und dem Magnetismus. Vieweg & Sohn Braunschweig, 1932.
- [11] SCANLON P.J., HENRIKSEN R.N., ALLEN J.R., "Approaches to Electromagnetic Induction", *Am. J. Phys.*, 37, 698 - 708, 1969.
- [12] GALILI I., KAPLAN D., LEHAVI Y., "Teaching Faraday's law of electromagnetic induction in an introductory physics course", *Am. J. Phys.*, 74, 337 - 343, 2006.
- [13] GIULIANI G., "A general law for electromagnetic induction", *EPL*, 81, 60002 p1 - p6, 2008.
- [14] GIULIANI G., BONIZZONI I., *Lineamenti di elettromagnetismo*, La Goliardica Pavese, Pavia, 2004, pp. 381 - 383. In rete alla pagina: <http://fisicavolta.unipv.it/percorsi/pdf/flusso.pdf>
- [15] GIULIANI G., "Vector potential, electromagnetic induction and physical meaning", *Eur. J. Phys.*, 31, 871 - 880, 2010. In rete alla pagina: <http://fisicavolta.unipv.it/percorsi/vp.asp>
- [16] ROSSER W.G.V., "Displacement current and Maxwell's equation", *Am. J. Phys.*, 6, 502-505, 1975.
- [17] ROCHE J., "The present status of Maxwell's displacement current", *Eur. J. Phys.*, 19, (1998), 155 - 166; "Reply to J. D. Jackson's 'Maxwell's displacement current revisited'", *Eur. J. Phys.*, 21, L27 - L28, 2000.
- [18] JACKSON J.D., "Maxwell's displacement current revisited", *Eur. J. Phys.*, 20, (1999), 495 - 499; "Reply to Comment by J. Roche on 'Maxwell's displacement current revisited'", *Eur. J. Phys.*, 21, L29 - L30, 2000.
- [19] GIULIANI G., "Induzione elettromagnetica: fisica e flashbacks", *La Fisica nella Scuola*, Quaderno 14, 46 - 66, 2002.
- [20] GIULIANI G., "L'induzione elettromagnetica: un percorso didattico", *Giornale di Fisica*, 49, 291 - 304, 2008.
- [21] EINSTEIN A., "L'elettrodinamica dei corpi in movimento", trad. it. di S. Antoci, in rete alla pagina: <http://matsci.unipv.it/persons/antoci/re/einstein05.pdf>
- [22] [http://pegna.vialattea.net/11NonVariaz\\_Flusso.htm](http://pegna.vialattea.net/11NonVariaz_Flusso.htm)
- [23] [http://fisicavolta.unipv.it/percorsi/ok\\_1.mpg](http://fisicavolta.unipv.it/percorsi/ok_1.mpg)
- [24] <http://fisicavolta.unipv.it/percorsi/pdf/indurela.pdf>

Nel giugno del 2006 il Guardian mi ha chiesto di scrivere il necrologio di Ray Davis. Sono rimasto sorpreso e onorato quando, l'anno seguente, la mia breve commemorazione ha vinto il premio per il "Migliore scritto scientifico in un contesto non scientifico". Una ragione - ne sono sicuro - è che la storia della straordinaria carriera di Davis, in un certo senso, si è scritta da sola.

Un necrologio deve per forza concentrarsi sulla persona che ne è l'oggetto; ma la saga dei neutrini ha toccato la vita di molti altri scienziati: scienziati che hanno dedicato la loro intera carriera a dare la caccia a questa preda sfuggente, con l'unico risultato di non essere riusciti a conquistare il Nobel - per ironia della sorte, per caso fortuito o, più tragicamente, perché ormai defunti. Questa ricerca, infatti, abbraccia mezzo secolo, e Davis ha vinto il Nobel a ben 87 anni. Fra tutti questi scienziati la figura più drammatica è forse quella di un genio come Bruno Pontecorvo. Anche se quando ho cominciato a scrivere *Neutrino*, mi aspettavo di raccontare la vicenda di Ray Davis, in seguito mi sono accorto che Pontecorvo era stato così importante "dietro alle quinte" che questa è diventata anche la sua storia - così come quella di John Bahcall, l'inseparabile collaboratore di Davis, che, con sorpresa di tanti, non venne incluso nel Nobel.