Giuseppe Giuliani
Dipartimento di Fisica, Pavia

Alcune note su tempo, orologi e relatività

Anche il tempo non esiste per sé, ma dalle cose stesse deriva il senso di ciò che si è svolto, di ciò che è presente, di ciò che seguirà. Bisogna riconoscere che nessuno avverte il tempo per sé, separato dal movimento e dalla placida quiete delle cose.

Lucrezio, *De Rerum Natura*, libro I

Gli occhi non possono comprendere la natura delle cose. Pertanto, non attribuire ingiustamente agli occhi questa debolezza dell'intelletto. La nave da cui siamo trasportati, si muove, mentre sembra star ferma; quella che rimane immobile all'ormeggio, si crede che proceda oltre. E sembra che a poppa fuggano colline e pianure oltre le quali conduciamo la nave e con le vele voliamo.

Lucrezio, *De Rerum Natura*, libro IV

ABSTRACT
The relation between clocks and time is usually assumed as unproblematic. The statement according to which "clocks measure time" conceals conceptual and operational issues that should, instead, be dealt with. Clocks generate and display the values of the variable "time" contained in our equations. Clocks of special relativity are ideal clocks, i.e. clocks whose fundamental period is not affected by any physical interaction. Rather, general relativity implies that the duration of a phenomenon taking place at a specified point of space depends on the metric coefficient of the coordinate *ct*. It follows that the fundamental period of clocks should depends on the (newtonian) gravitational potential for small enough gravitational fields. Therefore, it is assumed that gravity affects all clocks in the same way. The operational and epistemological issues underlying this assumption are discussed. Finally, time dilation, clock paradox and their experimental corroborations are discussed from the point of view of the relativity of motion.

1. Introduzione

Usualmente si dice che "il tempo è misurato dagli orologi", così come, per esempio, "la corrente è misurata dagli amperometri". C'è, tuttavia, una differenza fondamentale. Un amperometro misura una proprietà di un *quid* distinto da sé e il processo di misura è costituito da un'interazione fra il quid e l'amperometro: lo stato dell'amperometro viene modificato dal processo di misura. Gli orologi, invece, mostrano semplicemente i loro numeri o la posizione delle loro lancette: non c'è alcun quid, distinto dall'orologio, che interagisca con esso e ne costituisca l'oggetto della misura. Ovviamente, i numeri mostrati da un orologio basato su un fenomeno periodico che si svolge al suo interno è il risultato di un conteggio, cioè, di una misura. Tuttavia, questa misura riguarda proprietà dell'orologio e non di un quid distinto da esso. Per meglio chiarire questo punto, consideriamo da un lato la legge di Ohm $\Delta V = iR$: l'amperometro, costruito secondo i dettami dell'elettromagnetismo, misura la grandezza i che compare in questa equazione; e, dall'altro, l'equazione $s = Vt$: la variabile t non è misurata da un orologio ma generata e mostrata da esso.

L'affermazione "il tempo è misurato dagli orologi" non è solo un modo di dire: essa nasconde sottili questioni operative ed epistemologiche generalmente ignorate. Per trovare dei contro-esempi, dobbiamo rivolgerci ad alcuni lavori di rassegna critica. Per esempio, Basri scrive: "Un *orologio* può essere definito come un sistema fisico che *genera* e conteggia una sequenza di eventi nella posizione di una particella – chiamata *particella d'uscita* – come la punta della lancetta di un orologio o il cavo di uscita di un orologio atomico." (Corsivi originali) [1, p. 288].

La vasta letteratura sulla concezione del tempo [2] non dovrebbe oscurare il fatto che, nella fisica moderna, il tempo è una variabile matematica che compare nelle equazioni e che, dal punto di vista sperimentale, è *generata* e *mostrata* da un orologio. Nel primo capitolo dei *Principi della meccanica*, Hertz scrive: "Il tempo del primo capitolo è il tempo della nostra intuizione. Esso è, pertanto, una grandezza tale che le variazioni delle altre grandezze possono essere considerate come dipendenti dalla sua variazione; mentre esso è, di per sé, una variabile indipendente [3, p. 45]". L'avvento della relatività speciale ha modificato questo punto di vista assumendo che ogni sistema di riferimento inerziale ha la propria variabile t generata e mostrata da un orologio.

In un laboratorio, possiamo associare ad ogni numero mostrato da un orologio il valore *simultaneo* di una grandezza fisica misurata vicino all'orologio (dove si trova l'orologio); così possiamo tracciare il valore della grandezza misurata in funzione della variabile t mostrata dall'orologio. Per esempio, su una carta millimetrata che si muove a velocità costante lungo la direzione x, un pennino può tracciare, lungo la direzione y, i valori misurati della grandezza fisica. Questo esempio illustra con efficacia uno dei ruoli svolti da un orologio nelle misure fisiche: lungo la direzione x non stiamo misurando alcunché; stiamo solo generando i valori della variabile t.

D'altra parte, con un orologio possiamo misurare la durata di un fenomeno o processo che si sta sviluppando nelle vicinanze dell'orologio (dove si trova l'orologio). Per questo, dobbiamo definire l'evento iniziale e l'evento finale del fenomeno: simultaneamente al realizzarsi dell'evento iniziale e finale del fenomeno, leggiamo il numero t_i e t_f mostrato dall'orologio; per definizione, la durata del fenomeno è data da $t_f - t_i$.

Quindi, con un orologio, possiamo dare un valore quantitativo al concetto di durata di un fenomeno, concetto che sussiste comunque nella nostra cultura, indipendentemente dalla possibilità di una sua misura quantitativa.

Questi esempi non esauriscono l'uso della variabile t in fisica: si pensi, ad esempio, ai modelli cosmologici, dove, tuttavia, il significato e l'uso della variabile tempo pone una serie di questioni epistemologiche.

2. Orologi ideali e orologi reali

Nella precedente sezione abbiamo discusso l'esempio dell'amperometro: la sua costruzione si basa su prescrizioni della teoria elettromagnetica e ha come scopo la misura della corrente elettrica. In generale, uno strumento di misura è dedicato alla misura di una grandezza fisica e la sua costruzione è realizzata seguendo le prescrizioni della teoria in cui tale grandezza fisica compare, ricorrendo, eventualmente, anche a conoscenze di carattere generale. Come abbiamo visto, gli orologi non misurano alcunché distinto da sé: la loro funzione è quella di generare i valori della variabile tempo. Pertanto, non ci sono prescrizioni riguardanti la loro costruzione ad eccezione di quella, essenziale, che i valori della variabile tempo da loro generati debbono riflettere il più accuratamente possibile l'omogeneità della variabile t. Per soddisfare al meglio questa condizione si confrontano differenti classi di orologi e la classe migliore è scelta sulla base di una valutazione empirica guidata dalle teorie che descrivono il funzionamento di ogni classe di orologi.

Ogni orologio utilizza uno standard di frequenza, un contatore e un sistema di visualizzazione del conteggio effettuato dal contatore. Per esempio, in un orologio a pendolo, lo standard di frequenza è l'inverso del periodo di oscillazione del pendolo, mentre il contatore è costituito da un sistema meccanico che trasforma il conteggio dei periodi di oscillazione del pendolo nel movimento discreto delle lancette dell'orologio che visualizzano il risultato del conteggio. In un orologio al ^{133}Cs, lo standard di frequenza è costituito dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra due livelli iperfini dello stato fondamentale del ^{133}Cs, mentre il contatore è di natura elettronica e il visualizzatore è digitale. In un orologio al cesio, gli atomi di ^{133}Cs assorbono le onde elettromagnetiche (microonde) prodotte da uno strumento pilotato in frequenza da un oscillatore al quarzo "bloccato" in frequenza – mediante un circuito di retroazione – dal segnale dovuto all'assorbimento delle microonde da parte degli atomi di cesio. Più in dettaglio: l'oscillatore al quarzo, operante intorno a 10 Mhz, pilota – attraverso un moltiplicatore di frequenza – il generatore delle microonde necessarie per attivare la transizione iperfine. L'unità di tempo (secondo) di questo orologio è, alla fine, un sottomultiplo della frequenza di oscillazione del quarzo stabilizzata nel modo indicato: tuttavia, l'accuratezza di un orologio al cesio è quella legata alla transizione iperfine.

Definiamo *ideale* un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica. Purtroppo, il periodo fondamentale degli orologi *reali* è modificato da molte interazioni fisiche. Gli orologi considerati, direttamente o indirettamente, nelle teorie fisiche sono orologi *ideali*. Il fatto che si usino orologi *reali* è una questione che riguarda solo gli sperimentatori: è compito loro tenere conto dell'influenza dell'ambiente fisico sul funzionamento degli orologi usati. Costituisce un'importante eccezione la teoria della relatività generale: come è noto, questa teoria richiede di considerare la dipendenza del periodo fondamentale di un orologio dalla gravità anche a livello teorico.

3. Relatività speciale

Gli orologi presi in considerazione dalla relatività speciale sono orologi *ideali*: il loro periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica; tanto meno, dal fatto di trovarsi in moto inerziale. Anche il periodo fondamentale di un orologio *reale,* per il principio di relatività*,* non può essere modificato dal fatto che l'orologio si trovi in moto inerziale. Il principio di relatività recita infatti: ogni fenomeno fisico si sviluppa allo stesso modo in ogni sistema di riferimento inerziale. Applicato agli orologi reali, esso implica che il periodo fondamentale di un orologio reale è lo stesso in qualunque sistema inerziale.

Nel lavoro del 1905, Einstein non approfondisce il rapporto tra tempo e orologi. Comunque, Einstein è molto chiaro nell'affermare che "il tempo è mostrato dagli orologi". Scrive, infatti, tra l'altro: Dobbiamo tener presente che tutte le nostre asserzioni nelle quali il tempo gioca un ruolo sono sempre asserzioni su eventi simultanei. Quando per esempio dico: "Quel treno arriva qui alle ore 7", ciò significa: "Il porsi della lancetta piccola del mio orologio sulle 7 e l'arrivo del treno sono eventi simultanei" [4,5].

4. I fondamenti

Come è ben noto, i postulati assunti da Einstein sono:
1. Omogeneità del tempo (della variabile tempo)
2. Omogeneità e isotropia dello spazio
3. Principio di relatività
4. La velocità della luce è la stessa in ogni sistema di riferimento inerziale.

Si osservi come i primi tre postulati siano gli stessi che stanno alla base della fisica galileiana e newtoniana. Tradizionalmente si distingue tra principio di relatività galileiano e einsteiniano in quanto il primo riguarderebbe solo i fenomeni meccanici mentre il secondo si riferisce a tutti i fenomeni fisici. Tuttavia questa distinzione trascura il fatto che, ai tempi di Galileo, solo i fenomeni meccanici erano riconosciuti come appartenenti al dominio della fisica. Inoltre, lo spazio considerato da Einstein è lo spazio euclideo. Queste considerazioni ci portano alla conclusione che la vera rottura concettuale con la fisica precedente è costituita dal quarto postulato, cioè dalla costanza della velocità della luce, o meglio, dal riconoscimento che *la velocità della luce è una velocità limite*.

I postulati di Einstein conducono alle trasformazioni di coordinate cosiddette di Lorentz che sostituiscono quelle cosiddette di Galileo. Confrontando a vista le due trasformazioni appare evidente il ruolo svolto dalla velocità limite: se questa fosse infinita, le trasformazioni di Lorentz si ridurrebbero a quelle di Galileo.

Subito dopo la comparsa della relatività speciale è stato posto il problema se sia possibile pervenire alle trasformazioni di coordinate di Lorentz anche lasciando cadere il quarto postulato. La risposta, come vedremo, è affermativa e ci illumina sul ruolo, talora sorprendente, svolto dalla matematica nella fisica.

5. Esperimenti ideali con lampi di luce di durata idealmente nulla

È concettualmente istruttivo ricavare alcune predizioni della relatività speciale – dilatazione del tempo, contrazione delle lunghezze e trasformazioni di Lorentz – sulla base della trattazione teorica di esperimenti ideali con scambio di lampi di luce di durata idealmente nulla tra due orologi in moto relativo rettilineo uniforme: essi potrebbero, in linea di principio, essere realizzati. Un approccio simile, ma non identico, è stato parzialmente usato da Einstein nel lavoro del 1905, dove i lampi di luce sono sostituiti da "raggi di luce". Questo approccio è stato illustrato da Hermann Bondi nel libro *Relativity and common sense* [9]; una trattazione sistematica si può trovare in [10,11]. È mia convinzione che la scarsa diffusione di questo formalismo costituisca una lacuna per due ragioni: la sua natura operativa, basata sull'uso di orologi e lampi di luce; la semplicità della matematica usata, considerato che l'unica equazione utilizzata è $s = V\Delta t$.

In particolare, sono importanti tre risultati: a) il fattore $\Gamma = 1 / \sqrt{1 - V^2/c^2}$ è un fattore di "dilatazione del tempo"; b) la "contrazione delle lunghezze" è una conseguenza della "dilatazione del tempo"; c) lo scambio di segnali luminosi di durata idealmente nulla tra due orologi in moto relativo rettilineo uniforme conduce agli stessi risultati che si possono ottenere con tre orologi: due in quiete l'uno rispetto all'altro e posti ad una distanza definita; il terzo in moto relativo rettilineo uniforme rispetto ai primi due. Quest'ultima configurazione è quella comunemente adottata.

Il punto c) merita di essere ulteriormente illustrato. O ed O' sono due orologi in moto relativo rettilineo uniforme. O' informa O, mediante lampi di luce di durata idealmente nulla, della durata di un fenomeno che si sta svolgendo in O': O' lancia verso O un lampo simultaneamente all'evento iniziale del fenomeno ed un secondo lampo simultaneamente all'evento finale del fenomeno. Se $\Delta t'$ è la durata del fenomeno che si svolge in O' misurata da O', allora la durata dello stesso fenomeno, misurata *indirettamente* da O, sarà $\Delta t = \Delta t' / \sqrt{1 - V^2/c^2}$. Si perviene a queste conclusioni anche con la tradizionale configurazione dei tre orologi. Tuttavia, il metodo dei lampi di luce mostra come la "dilatazione del tempo" sia dovuta allo scambio di informazioni tra i due orologi in moto relativo effettuato mediante segnali la cui velocità di propagazione è una velocità limite; con la configurazione dei tre orologi, il ruolo svolto dalla velocità limite non è così trasparente. È comunque essenziale ricordare che, per il principio di relatività, la durata di ogni fenomeno è lo stesso in ogni sistema di riferimento inerziale: la cosiddetta "dilatazione del tempo” significa che la durata di un fenomeno che si svolge *in un punto* di un sistema di riferimento inerziale, *misurata in un altro sistema di riferimento inerziale*, appare “dilatata” (ingrandita) di un fattore $1/\sqrt{1-V^2/c^2}$: in quest’ultimo sistema di riferimento *il fenomeno si svolge lungo un segmento di retta*.

La dilatazione del tempo è stata studiata, in particolare, nel caso del viaggio. *O* e B sono due orologi in quiete relativa: sono sincronizzati secondo la procedura di Einstein. L’orologio O′ è in moto, rispetto alla coppia (*O*,B) con velocità *V*. Consideriamo il fenomeno il cui evento iniziale è “*O*′ incontra *O*” ed il cui evento finale è “*O*′ incontra B”: secondo *O*′, la durata di questo fenomeno è $\Delta t'$; invece, per la coppia (*O*,B), la durata è $\Delta t = \Gamma\Delta t' = (1/\sqrt{1-V^2/c^2})\Delta t'$. La durata $\Delta t'$ è chiamata durata propria perché misurata da un solo orologio collocato nel punto in cui il fenomeno si svolge; invece, per la coppia (O,B), il fenomeno si svolge lungo un segmento di retta e la misura della sua durata richiede l'uso di due orologi sincronizzati.

6. Il paradosso degli orologi

È possibile dare diverse formulazioni di questo paradosso: ognuna di esse presenta caratteristiche specifiche che debbono essere analizzate caso per caso. Qui, lo formuleremo nel modo seguente. Due orologi O_1 ed O_2 sono inizialmente in quiete nell’origine *O* di un sistema di riferimento inerziale. Ad un certo istante, O_2 accelera lungo la direzione positiva dell’asse *x* e raggiunge la velocità V rispetto ad O_1; dopo aver viaggiato per un certo intervallo di tempo, decelera, si ferma nel punto B dell’asse *x* e ritorna verso O_1 con le medesime modalità e fasi del viaggio di andata (accelerazione, moto uniforme, decelerazione) ricongiungendosi alla fine con O_1. Una variante concettualmente non essenziale, ma utile al fine di semplificare l’analisi, consiste nel considerare le fasi di accelerazione e decelerazione come istantanee: rammentiamo che gli orologi coinvolti sono orologi ideali il cui periodo fondamentale non dipende, in particolare, dall’accelerazione cui sono sottoposti. Nel seguito, ci riferiremo a questa variante. Si suppone inoltre che, all’istante iniziale, i due orologi O_1 ed O_2 siano sincronizzati. Secondo O_1, quando O_2 ritorna, esso mostra un numero inferiore a quello mostrato da O_1.Tuttavia, *siccome il moto è relativo*, O_2 conclude che al ricongiungimento è l’orologio O_1 a mostrare un numero inferiore. Da qui il paradosso.

Questo paradosso è stato oggetto di discussione sin dall’inizio e continua tuttora ad essere oggetto di studio. Per esempio, nel periodo 1957-2008 sono stati pubblicati 36 lavori riguardanti il paradosso degli orologi sull’*American Journal of Physics*; in un periodo più breve (1980-2011) sono stati 13 i lavori pubblicati sull’*European Journal of Physics*. Sulle riviste di ricerca dell’*American Physical Society* (che includono, tra le altre, *Physical Review* e *Physical Review Letters*) il numero dei lavori è stato decisamente inferiore: 7 nel periodo 1973-2012. Il persistente interesse per il paradosso è, verosimilmente, un sintomo del fatto che qualcosa, non necessariamente la stessa in ogni formulazione del paradosso, sfugge all’analisi.

Si noti, innanzitutto, che se il viaggio di andata e ritorno di O_2 è descritto nel sistema di riferimento inerziale scelto, il risultato non è equivoco: la durata del viaggio misurata da O_2 è inferiore a quella misurata da una coppia di orologi sincronizzati posti in *O* e in B di un fattore $\sqrt{1-V^2/c^2}$. Il paradosso nasce perché si considerano gli orologi O_1 ed O_2 come perfettamente equivalenti: che questa sia l’origine del paradosso è confermato dal fatto che tutti i tentativi di soluzione si basano sulla individuazione di una asimmetria tra i due orologi coinvolti.

Prevalentemente, il paradosso è risolto nel modo seguente. I due orologi non sono equivalenti; infatti, uno solo di essi – nel nostro caso O_2 – subisce delle accelerazioni: quindi, l’orologio che al ricongiungimento mostra il numero inferiore è O_2. Si aggiunge inoltre che, sebbene l'accelerazione permetta di distinguere tra i due orologi, l'effetto di dilatazione del tempo è dovuto solo alla velocità relativa del tratto percorso con moto uniforme. È peraltro possibile formulare il paradosso senza coinvolgere accelerazioni. Si veda, per esempio, [12, p. 83].

Non è necessario ricorrere all'accelerazione per concludere che i due orologi non sono specularmente simmetrici. Infatti, mentre O_1 assiste solo a due eventi – "O_1 incontra O_2 per la prima volta" e "O_1 incontra O_2 per la seconda volta" – O_2 assiste a tre eventi: "O_2 incontra O_1 per la prima volta"; "O_2 incontra B" e, infine, "O_2 incontra O_1 per la seconda volta".

Si noti che in molte versioni del paradosso il punto B di inversione del moto di O_2 non è individuato: si dice, genericamente, che dopo un certo intervallo di tempo O_2 inverte il suo moto. Siccome questa inversione si verifica in un determinato punto dello spazio, tale punto dovrebbe entrare in modo esplicito nella descrizione dell'esperimento.

Quindi, l'asimmetria è dovuta al fatto che la serie di eventi osservati da O_1 e O_2 *è diversa*: se un viaggiatore vola da Roma a Parigi e ritorna, egli vede Roma, poi Parigi e, di nuovo Roma: l'amico del viaggiatore che rimane a Roma, vede solo Roma.

Consideriamo ora tre orologi nel sistema di riferimento inerziale del laboratorio. Gli orologi O, O_1 ed O_2 sono in quiete nell'origine della coordinata x. Ad un certo istante, assunto uguale a zero per i tre orologi, gli orologi O_1 ed O_2 iniziano un moto, identico a quello dell'orologio del paradosso usuale, il primo lungo la direzione positiva dell'asse x, il secondo lungo la direzione negativa: come nel caso del paradosso usuale, supponiamo che le accelerazioni siano istantanee. L'inversione del moto di O_1 avviene quando O_1 raggiunge il punto B_1 distante l_0 da O; l'inversione del moto di O_2 avviene quando O_2 raggiunge il punto B_2 distante l_0 da O. Questa configurazione è discussa in [13] ed è denominata "paradosso del terzetto". Vediamo come i fenomeni considerati sono descritti nel sistema di riferimento del laboratorio. La durata del viaggio di andata e ritorno di O_1 è uguale a $2l_0/V$; la durata del viaggio di andata e ritorno di O_2 è uguale a $2l_0/V$. Poniamoci ora dal punto di vista di O_1. Per O_1 la durata del suo viaggio è $2l_0/[V\Gamma(V)]$; analogamente, per O_2 la durata del suo viaggio è $2l_0/[V\Gamma(V)]$. Quindi, quando O_1 ed O_2 si incontrano di nuovo, i loro due orologi mostrano lo stesso numero e sono pertanto ancora sincronizzati. *Non vi è alcun paradosso perché vi è perfetta simmetria tra i due orologi* O_1 ed O_2. Nella soluzione di questo paradosso *non* interviene la velocità relativa tra i due orologi, ma solo la loro velocità rispetto al sistema inerziale del laboratorio. Come vedremo, questa fondamentale caratteristica sta alla base della teoria dell'esperimento di Hafele e Keating e di Alley.

È possibile introdurre una interessante variante asimmetrica al paradosso del terzetto. Ora la distanza propria tra O e B_1 e la distanza propria tra O e B_2 sono connesse alle velocità di O_1 e O_2 dalla relazione $l_{01}/l_{02} = V_2/V_1$ in modo tale che la durata del viaggio di andata e ritorno di O_1 e O_2 sia la stessa nel sistema di riferimento di O. Invece, per O_1 e O_2 la durata propria del proprio viaggio sarà diversa: $(l_{01}/V_1)\sqrt{1-V_1^2/c^2}$ per O_1 e $(l_{01}/V_1)\sqrt{1-V_2^2/c^2}$ per O_2. Al loro incontro i due orologi non saranno più sincronizzati, perché non vi è simmetria tra di essi. Come vedremo, questa versione asimmetrica del terzetto può essere considerata come la versione *lineare* di un caso particolare dell'esperimento di Hafele e Keating.

In conclusione: il paradosso degli orologi nasce perché si presuppone che i due orologi considerati siano perfettamente simmetrici. Come abbiamo visto, questa simmetria non sussiste.

7. Il formalismo spazio-temporale

Rispetto alla trattazione basata sui postulati di Einstein ed esemplificata con gli esperimenti ideali con lampi di luce, l'uso del concetto di spazio-tempo offre il vantaggio di fornire un apparato formale il cui uso non richiede alcuna considerazione fisica quando si debba procedere allo sviluppo di calcoli. Naturalmente, il formalismo deve essere *interpretato* specificando come si misurano le grandezze fisiche che compaiono in esso.

Riassumiamo qui le relazioni che ci interessano specificando, nel contempo, l'interpretazione del formalismo. Il quadrato dell'intervallo che separa due punti dello spazio-tempo infinitamente vicini è dato da:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2dt^2 - dl^2. \tag{1}$$

Consideriamo ora un orologio in un moto qualunque: l'intervallo di tempo misurato da questo orologio quando il suo punto rappresentativo percorre un intervallo infinitesimo ds dello spazio-tempo è dato da $d\tau$ con:

$$c^2d\tau^2 = ds^2 = c^2dt^2 - dl^2 \tag{2}$$

dove dt è l'intervallo di tempo misurato da una coppia di orologi posti in quiete nei punti estremi dell'intervallo spaziale infinitesimo e tra loro sincronizzati. Ne segue che:

$$d\tau = dt\sqrt{1 - u^2/c^2} \tag{3}$$

essendo $u = dl/dt$. Ritroviamo così la formula della dilatazione del tempo ottenuta precedentemente. Si noti che, nella descrizione spazio-temporale, è automaticamente introdotta la configurazione dei tre orologi: quello che misura l'intervallo di tempo proprio e che è *in moto nel sistema inerziale scelto*, rispetto ai due orologi posti in quiete nei punti estremi dell'intervallo spaziale infinitesimo. Questa descrizione introduce in modo automatico l'asimmetria tra l'orologio O_1 e l'orologio O_2 del paradosso degli orologi.

8. Dilatazione del tempo e paradosso degli orologi: gli esperimenti

È necessario distinguere tra dilatazione del tempo e paradosso degli orologi. Sebbene il secondo implichi il primo, esso rappresenta un fenomeno distinto. Mentre la dilatazione del tempo è dipendente dalla procedura di sincronizzazione di due orologi, "l'effetto orologi" – come si può chiamare il paradosso degli orologi risolto – è indipendente dalle procedure di sincronizzazione [12, p. 93-97].

È opportuno raggruppare gli esperimenti in due classi: in una collochiamo gli esperimenti riguardanti l'effetto orologi; nella seconda, gli esperimenti concernenti la dilatazione del tempo. La prima classe contiene due elementi: l'esperimento di Hafele e Keating realizzato con orologi atomici al cesio in volo su aerei commerciali intorno alla Terra e l'esperimento di Alley con orologi atomici in volo lungo un circuito chiuso locale. Per ridurre gli errori dovuti a casuali variazioni del ritmo degli orologi, gli orologi in volo erano quattro orologi al cesio nell'esperimento di Hafele e Keating; nell'esperimento di Alley tre orologi al rubidio. Hafele e Keating hanno presentato la descrizione teorica del loro esperimento in [14,15]. Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio sincronizzato con il primo prima dell'esperimento, dopo aver raggiunto una determinata quota, percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza. Un secondo esperimento prevede invece che l'orologio sull'aereo circumnavighi la Terra verso Ovest. Nella descrizione teorica sono trascurati i tratti di ascesa e di discesa. Gli esperimenti sono descritti in un sistema di riferimento non rotante con l'origine nel centro della Terra, che è in caduta libera. In questo sistema di riferimento entrambi gli orologi, quello posto in un punto dell'equatore e quello in volo sull'aereo, sono in moto e immersi nel campo gravitazionale terrestre supposto generato da una massa sferica. La formula ottenuta, per campi gravitazionali deboli e velocità piccole rispetto a quella della luce, è la seguente:

$$d\tau \approx \left[1 + (\chi/c^2) - (u/2c^2)\right]^{\frac{1}{2}} dt \tag{4}$$

dove χ è il potenziale gravitazionale (newtoniano) e le altre grandezze hanno lo stesso significato di quelle che compaiono nella (3). È evidente che nella (4) compaiono due effetti: uno attribuibile alla dilatazione del tempo della relatività ristretta (dipendente da u^2/c^2) e l'altro, dovuto al potenziale gravitazionale (dipendente da χ/c^2). La comparsa del potenziale gravitazionale nella (4) è spiegata nella sezione sottostante dedicata alla relatività generale. Qui ci occupiamo della dilatazione del tempo della relatività ristretta: in questo caso $\chi = 0$ e la (4) si riduce alla (3), approssimata per $u \ll c$.

Per semplificare ulteriormente la trattazione, supporremo che l'aereo voli radente al suolo; supporremo inoltre che le accelerazioni e decelerazioni dell'aereo siano istantanee (figura 1).

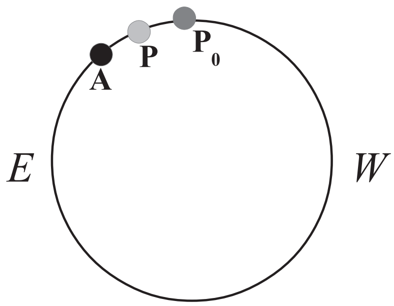

Figura 1. Circonferenza equatoriale vista dal polo Nord. L'aereo A è in volo verso Est con velocità u rispetto al suolo e radente ad esso; il punto P è quello da cui l'aereo è partito e il punto P_0 indica la posizione di P e A all'istante t = 0 (inizio del volo). Nel sistema di riferimento non rotante con l'origine nel centro della Terra, il punto P si muove verso Est con velocità ΩR e l'aereo con velocità $\Omega R + u$ (composizione galileiana delle velocità perché entrambe molto minori di c). L'aereo sta inseguendo il punto P e lo raggiungerà dopo aver percorso una intera circonferenza in più del punto P. Nel caso di volo dell'aereo verso Ovest le posizioni tra A e P sono invertite: è il punto P ad inseguire l'aereo ($u < \Omega R$).

Supponiamo che l'aereo parta dal punto P dell'equatore all'istante $t = 0$. Nel sistema di riferimento scelto, la distanza percorsa dal punto P della Terra all'istante t, sarà:

$$l_P = \Omega R t \tag{5}$$

dove Ω è la velocità angolare della Terra e R il suo raggio. La distanza percorsa dall'aereo sarà invece:

$$l_A = (\Omega R \pm u)t \tag{6}$$

dove u è la velocità dell'aereo rispetto al suolo. Abbiamo usato la composizione galileiana delle velocità, perché entrambe le velocità coinvolte sono molto minori di c; inoltre, nella (6), il segno (+) vale nel caso di volo verso Est, il segno (–) nel caso di volo verso Ovest.

Ricavando t dalle due equazioni precedenti ed uguagliando i secondi membri delle due equazioni così ottenute, si ottiene:

$$l_A = l_P\left[1 \pm \frac{u}{(\Omega R)}\right]. \tag{7}$$

Nel caso di volo in direzione Est, l'aereo raggiungerà di nuovo il punto di partenza sull'equatore dopo aver percorso una intera circonferenza in più del punto P da cui era partito. Ciò avverrà all'istante:

$$t = \frac{2\pi R}{u}. \tag{8}$$

In corrispondenza di questo istante il punto P avrà percorso la distanza:

$$l_P = 2\pi R \frac{\Omega R}{u}. \tag{9}$$

Se assumiamo che la velocità dell'aereo rispetto al suolo sia di 300 ms^{-1}, l'aereo impiegherà circa 37.1 ore a circumnavigare la Terra e, nel frattempo, la Terra avrà effettuato circa 1.5 rotazioni. Inoltre, si tenga presente che $\Omega R = 463.82$ ms.

Siccome l'orologio posto nel punto P dell'equatore è in moto con velocità ΩR nel sistema inerziale scelto, esso misurerà una durata propria del proprio viaggio data da (usiamo le notazioni di Hafele):

$$\Delta\tau_0 = \frac{l_P}{\Omega R}\sqrt{1-\Omega^2R^2/c^2} \approx \Delta t\left(1-\frac{\Omega^2R^2}{2c^2}\right) \tag{10}$$

dove $\Delta t = l_P/(\Omega R)$ è la durata del viaggio del punto P nel sistema di riferimento scelto.

La (10) si ottiene partendo dalla forma differenziale ed usando sistemi inerziali istantaneamente co-moventi con il punto P ed integrando. Questo procedimento si applica, naturalmente, anche per ricavare la sottostante equazione (11).

L'orologio posto sull'aereo è in moto con velocità $\Omega R + u$; esso misurerà una durata propria del suo viaggio data (l'indice E sta per Est):

$$\Delta\tau_E = \frac{l_P + 2\pi R}{\Omega R + u}\sqrt{1-(\Omega R+u)^2/c^2} \approx \Delta t\left[1-\frac{1}{2c^2}(\Omega^2R^2+u^2+2\Omega Ru)\right] \tag{11}$$

dove $\Delta t = (l_P + 2\pi R)/(\Omega R + u)$ è la durata del viaggio dell'aereo nel sistema di riferimento scelto, uguale a quella del viaggio del punto P della Terra nello stesso sistema di riferimento. Quindi:

$$\Delta\tau_E - \Delta\tau_0 = -\Delta t\,\frac{u^2+2\Omega Ru}{2c^2}. \tag{12}$$

Infine:

$$\frac{\Delta\tau_E - \Delta\tau_0}{\Delta\tau_0} \approx -\frac{1}{2c^2}u(2\Omega R + u). \tag{13}$$

Nel calcolare questo rapporto si è trascurato il termine Ω^2R^2 nella somma $2c^2 - \Omega^2R^2$.

La (13) coincide con l'equazione (8) dell'articolo di Hafele [14] in assenza di campo gravitazionale e per $h = 0$. La (13) afferma che quando i due orologi si incontrano di nuovo, essi non sono più sincronizzati: l'orologio dell'aereo è in ritardo della quantità mostrata dalla (12); si osservi che l'orologio dell'aereo sarà in ritardo qualunque sia il valore di u. Nel rifare i calcoli nel caso di volo verso Ovest si tenga presente che, in questo caso, è il punto P ad inseguire l'aereo. Il risultato finale sarà (l'indice W sta per Ovest):

$$\frac{\Delta\tau_W - \Delta\tau_0}{\Delta\tau_0} \approx \frac{1}{2c^2}u(2\Omega R - u). \tag{14}$$

Nel caso di volo verso Ovest, l'orologio dell'aereo sarà sempre in anticipo sinché $u \le 2\Omega R$.

Osservazione: nella descrizione dell'esperimento nel sistema di riferimento non rotante con l'origine nel centro della Terra, il volo dell'aereo è un fenomeno che si svolge lungo archi di circonferenza, mentre per l'orologio in volo il fenomeno si svolge nel punto in cui l'orologio si trova. Questa considerazione, congiuntamente a come si è pervenuti alle equazioni (10) e (11), mostra, come del resto è ovvio, che l'effetto orologi dipende dalla dilatazione del tempo.

Lasciamo al lettore il compito di verificare come il caso asimmetrico del terzetto discusso sopra, possa essere considerato la versione lineare dell'esperimento di Hafele e Keating.

Per estendere il caso da noi discusso – volo dell'aereo radente al suolo e assenza di gravità – al caso generale è sufficiente ricordare che il periodo fondamentale di un orologio atomico, come mostrato dall'equazione (22) della sezione sulla relatività generale, è legato a quello in assenza di gravità dalla relazione $T_{grav} \approx T_0(1 - \chi/c^2)$ dove χ è il potenziale gravitazionale newtoniano e che l'aereo vola ad una quota h. Così operando, si ottiene la formula (9) del lavoro di Hafele [14] (è necessario trascurare i termini del tipo $(V^2/c^2)(\chi/c^2)$.

La trattazione di Hafele e Keating usa il formalismo spazio-temporale della relatività generale. Abbiamo mostrato che, per quanto riguarda il "contributo" della relatività speciale, il formalismo spazio-temporale non è necessario. Inoltre, trattandosi di campi gravitazionali deboli per i quali vale l'approssimazione newtoniana, è possibile trattare l'effetto della gravità sugli orologi usando la formula $E = mc^2$ della relatività speciale [11, p. 69-71]. Ciò implica che, a rigore, l'esperimento di Hafele e Keating non può essere considerato una corroborazione delle predizioni della relatività generale visto che alle medesime predizioni si perviene usando solo la relatività speciale. Questa considerazione, tuttavia, non deve offuscare il fatto che le predizioni delle due teorie circa la dipendenza del periodo fondamentale di un orologio atomico dalla gravità sono diverse e che esse diventano indistinguibili solo per campi gravitazionali sufficientemente piccoli.

L'analisi dei dati sperimentali raccolti è esposta in [16] ed è piuttosto complessa. Innanzitutto, si deve tener conto del fatto che gli aerei usati non percorrono rotte equatoriali; quindi la formula (9) del lavoro di Hafele [13] deve essere modificata per tener conto della latitudine, nonché della componente della velocità dell'aereo in direzione Est. Inoltre, l'analisi è complicata dal fatto che l'aereo non mantiene costanti altitudine, latitudine e velocità rispetto al suolo. Tuttavia la conclusione di Hafele e Keating è che gli effetti previsti dalla loro equazione (9), opportunamente modificata come indicato, sono stati verificati al di là di ogni ragionevole dubbio: si veda la tabella 1 in [16]. Gli autori commentano così: "Questi risultati forniscono una soluzione empirica non ambigua del famoso 'paradosso' degli orologi con orologi macroscopici [16, p. 168]". C. Alley che, qualche anno dopo – con un gruppo di ricercatori dell'Università del Maryland – ha realizzato un esperimento simile, così commenta: "Il confronto con le predizioni sembrano mostrare un'incertezza di circa il 13% per la direzione Ovest, ma [un'incertezza] di gran lunga peggiore per la direzione Est. È difficile attribuire un'incertezza all'interno del confronto tra gli effetti dovuti alla velocità e al potenziale [gravitazionale]: ma la loro esistenza è certamente dimostrata [17, p. 17]".

L'esperimento di Alley, sebbene caratterizzato da una accuratezza superiore a quello di Hafele e Keating (gli autori la stimano intorno all'uno per cento [17, p. 22]), non ha avuto la stessa risonanza. D'altra parte, nell'esperimento di Alley, il termine che nell'esperimento di Hafele e Keating dà origine alla asimmetria Est-Ovest e pone in evidenza la irrilevanza della velocità relativa tra i due orologi, è trascurabile [17, p. 18]: quindi, l'esperimento di Hafele e Keating è più completo. Le caratteristiche dell'esperimento di Alley sono state: a) l'aereo usato era "dedicato", cioè appositamente approntato per la realizzazione dell'esperimento, ed era dotato di motori a turboelica (quindi con velocità di crociera inferiore a quella dell'esperimento di Hafele e Keating); b) la rotta dell'aereo era un circuito chiuso locale; c) il tempo mostrato dall'orologio in volo era costantemente confrontato con quello mostrato dall'orologio a terra mediante scambio di impulsi laser;

d) l'orologio in volo era confrontato con quello a terra prima e dopo il volo; e) il formalismo teorico usato è lo stesso di quello di Hafele e Keating.

Le verifiche indirette della dilatazione del tempo della relatività speciale cui accenneremo tra poco nonché le verifiche dirette del cosiddetto *red-shift* gravitazionale hanno raggiunto accuratezze nettamente superiori a quelle dell'esperimento di Hafele e Keating o di Alley.

A questa classe di verifiche indirette della dilatazione del tempo appartengono gli esperimenti realizzati sfruttando l'effetto Doppler oppure il decadimento di particelle instabili in volo.

Per quanto riguarda l'effetto Doppler riguardante onde elettromagnetiche, Vessot *et al*. [18] hanno confrontato la frequenza delle microonde emesse da un maser a idrogeno collocato su un veicolo spaziale in caduta libera dopo essere stato lanciato con un razzo (apogeo a 10000 km) con quella di un identico maser a terra. Il segnale proveniente dal veicolo spaziale deve essere depurato dall'effetto Doppler del primo ordine; rimangono allora l'effetto Doppler del secondo ordine, quello dovuto al potenziale gravitazionale, nonché un effetto Doppler del primo ordine residuale dovuta, all'accelerazione della Terra (che deve essere sottratto). Secondo gli autori, le predizioni teoriche sono state verificate con un livello di accuratezza di $7 \cdot 10^{-5}$, quindi molto più grande di quello dell'esperimento di Alley; comunque, ricordiamo che dilatazione del tempo ed effetto orologi sono due fenomeni distinti, anche se connessi.

A partire dalla fine degli anni Trenta del Novecento, sono stati realizzati esperimenti sempre più raffinati riguardanti l'effetto Doppler per fotoni emessi o assorbiti da atomi o nuclei in volo. Come descritto in [19], questi esperimenti sono stati interpretati usando la teoria ondulatoria della luce ed ignorando completamente il fatto che – come mostrato da Schrödinger nel 1922 – l'emissione e l'assorbimento di un fotone da parte di un atomo o di un nucleo è un processo quantistico governato dalle leggi di conservazione dell'energia e della quantità di moto. Lo scopo di questi esperimenti è quello di verificare la dilatazione del tempo della relatività speciale (ed anche, in alcuni casi, il red-shift previsto dalla relatività generale). L'interpretazione di questi esperimenti sottende sottili questioni epistemologiche che in [19] sono state poste in evidenza ma non approfondite: un loro approfondimento richiede una discussione a tutto campo del complesso rapporto tra descrizione ondulatoria e corpuscolare della radiazione elettromagnetica. Inoltre, questa discussione non potrebbe eludere la questione di come la estrema specializzazione della fisica contemporanea sia sovente caratterizzata da visioni parziali e astoriche della propria disciplina con ripercussioni sull'interpretazione degli esperimenti e sullo sviluppo della disciplina. Gli esperimenti sull'effetto Doppler, nelle loro versioni più recenti, hanno verificato – in modo indiretto – la dilatazione del tempo con una accuratezza dell'ordine di 10^{-7} [20].

A partire dagli anni Ottanta del secolo scorso, si è diffusa la consuetudine di sottoporre a verifica sperimentale alcune predizioni della relatività speciale attraverso l'uso della "teoria cinematica di prova" di Mansouri e Sexl [21]. Questa teoria si basa sull'assunzione secondo cui la velocità di propagazione della luce è costante e isotropa solo in un ipotetico sistema di riferimento privilegiato ed usa trasformazioni di coordinate generalizzate che tengono conto anche della possibilità di differenti procedure di sincronizzazione degli orologi. La differenza tra le predizioni della relatività speciale e quelle della teoria di Mansouri e Sexl è riconducibile a tre parametri a, b e d che compaiono nelle trasformazioni di coordinate generalizzate e che dipendono dal quadrato della velocità del sistema di riferimento inerziale rispetto al sistema di riferimento privilegiato. Il parametro a controlla la dilatazione del tempo, b la contrazione delle lunghezze e d una contrazione delle lunghezze trasversale non prevista dalla relatività speciale: nella relatività speciale, tutti e tre i parametri sono uguali ad uno. Per velocità piccole rispetto a quella della luce, il parametro *a* può essere sviluppato in serie in funzione della velocità *w* del sistema di riferimento rispetto al sistema di riferimento privilegiato:

$$a \approx 1 + \left(\alpha - \frac{1}{2}\right)\frac{w^2}{c^2} + \left(\alpha_2 - \frac{1}{8}\right)\frac{w^4}{c^4} + \ldots \tag{15}$$

Il parametro γ della dilatazione del tempo assume, nella teoria di prova di Mansouri e Sexl, la forma:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}}\left[1 + \frac{\alpha}{c^2}(v_i^2 + 2\vec{w}\cdot\vec{v}_i) + \ldots\right] \tag{16}$$

dove $\vec{w}$ è la velocità del sistema di riferimento del laboratorio rispetto al sistema di riferimento privilegiato e $\vec{v}_i$ è, per esempio, la velocità della sorgente di luce rispetto al laboratorio. Quando, per esempio in [20], si conclude che la dilatazione del tempo della relatività speciale è stata verificata con una accuratezza dell'ordine di 10^{-7}, ciò significa che il parametro α è, se diverso da zero, minore di 10^{-7}: questo risultato esclude anche – con la medesima accuratezza – la possibilità che, per esempio, il sistema di riferimento che vede la radiazione cosmica come isotropa possa costituire un sistema di riferimento privilegiato (si veda più avanti). La teoria di Mansouri e Sexl può essere usata anche per descrivere esperimenti del tipo Michelson-Morley (in questo caso intervengono i parametri *b* e *d*) o esperimenti del tipo Kennedy-Thorndike (con l'intervento dei parametri *a* e *b*).

Rimangono da analizzare gli esperimenti sulla dilatazione del tempo effettuati con particelle instabili. Il primo esperimento di questo tipo fu realizzato da Bruno Rossi e David Hall usando i muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici [22]. A partire dagli anni Cinquanta del secolo scorso, comparvero diversi lavori riguardanti il decadimento di particelle instabili in moto rettilineo uniforme prodotte in acceleratori. Una rassegna dei dati ottenuti in questi lavori si può trovare in Bailey *et al.* [23]. In questi esperimenti, come in quello di Rossi e Hall, la vita media delle particelle in moto è misurata indirettamente attraverso la misura della loro velocità e della distanza media da loro percorsa: la differenza, essenziale ai fini della precisione della misura, consiste nel passaggio da misure in atmosfera a quelle in vuoto. Il citato lavoro di Bailey *et al.* è interessante anche perché studia il decadimento di muoni negativi o positivi in moto circolare uniforme: il risultato è identico a quello che si sarebbe ottenuto se i muoni fossero stati in moto rettilineo uniforme. Pertanto, gli autori concludono che l'accelerazione cui i muoni sono sottoposti ($a_c \approx 10^{18} g$) non influisce sulla vita media dei muoni.

La vita media delle particelle in volo misurata nel laboratorio è legata alla vita media propria dall'equazione:

$$\tau = \tau_0(1/\sqrt{1 - V^2/c^2}). \tag{17}$$

È interessante, a questo proposito, considerare il seguente esperimento, in linea di principio, possibile (figura 2). In laboratorio sono prodotti dei muoni a riposo μ: un rivelatore D in quiete misura la vita media dei muoni individuando i prodotti del decadimento in funzione della variabile tempo *t* mostrata da un orologio. Un banco di lunghezza opportuna con i rivelatori D si muove verso sinistra con velocità *V*: nel sistema di riferimento del banco, i muoni sono in volo verso destra con velocità *V*. I dati raccolti dai rivelatori sul banco forniscono la distanza media percorsa dai muoni $l = V\tau$ da cui, indirettamente, viene dedotta la vita media τ dei muoni: τ e τ_0 dovrebbero essere connessi dall'equazione (17).

Figura 2: si veda il testo.

Consideriamo ora un materiale radioattivo. Come è noto il numero di nuclei che all'istante t non è ancora decaduto è dato da:

$$N = N_0 e^{-t/\tau}. \tag{18}$$

Vale quindi la relazione:

$$t = \tau \ln \frac{N_0}{N} = \tau \ln \frac{N_0}{N_0 - n} \tag{19}$$

dove n è il numero dei nuclei prodotti dal decadimento. Quindi, un materiale radioattivo può essere impiegato come un orologio: il suo standard di frequenza è l'inverso della vita media τ, il contatore è costituito dai rivelatori dei prodotti del decadimento e i numeri visualizzati possono essere, in linea di principio, anche i valori della variabile t data dalla (19). Sebbene un orologio costituito da una quantità definita di materiale radioattivo (o – peggio ancora, date le dimensioni e la massa dell'apparato sperimentale – da un fascio di muoni in volo) possa apparire bizzarro, esso soddisfa tutte le condizioni richieste dalla definizione di orologio adottata in questo scritto; di fatto, esso può essere usato per misurare durate, come, per esempio, nella diffusa pratica della datazione con materiale radioattivo. Paul Langevin è stato il primo, a mia conoscenza, a proporre l'uso di un orologio radioattivo per sottoporre a verifica sperimentale il paradosso dei gemelli [24]; purtroppo, l'accuratezza di un orologio radioattivo non è tale da ipotizzare il loro impiego in esperimenti volti a verificare l'effetto orologi o il red-shift gravitazionale. Tuttavia, l'orologio radioattivo rappresenta un'opzione concettualmente ed epistemologicamente interessante per almeno due motivi: non è basato su o non è riconducibile a un fenomeno periodico; il suo "meccanismo" si basa su un fenomeno descritto con metodi statistici. Tuttavia, anche in assenza di – per ora impossibili – verifiche sperimentali, è opportuno osservare come un orologio radioattivo dovrebbe, come ogni orologio, dare origine all'effetto orologi. Viceversa, non è possibile predire – sulla base delle attuali conoscenze teoriche – se gli orologi radioattivi sono influenzati dalla gravità come previsto dalla relatività generale (si veda più avanti).

A questo punto, è opportuno ritornare brevemente sull'esperimento di Bailey *et al.* con muoni rotanti [23]. Siccome abbiamo concluso che un apparato sperimentale con un fascio di muoni in volo è un orologio, l'esperimento di Bailey *et al.*, oltre a costituire una corroborazione della dilatazione del tempo, dimostra che lo standard di frequenza di questo tipo di orologio (l'inverso della vita media dei muoni) è insensibile a forti accelerazioni ($a \approx 10^{18} g$). Infine, diversamente da quanto sostenuto dagli autori [23, p. 304], esso non è una verifica dell'effetto orologi per due motivi. Innanzitutto, l'effetto orologi richiede un confronto "faccia a faccia" tra i due orologi coinvolti nell'esperimento prima e dopo il viaggio di uno dei due (o di entrambi). In secondo luogo, la dilatazione del tempo dipende dalla velocità relativa tra l'orologio in volo e la coppia di orologi con cui si misura la velocità dell'orologio in volo, mentre l'effetto orologi è indipendente dalla velocità relativa tra i *due* orologi coinvolti: l'esperimento di Bailey *et al.* non è in grado di distinguere tra questi due effetti.

Prima di concludere questa sezione, è opportuno svolgere qualche riflessione sul concetto di relatività del moto. Consideriamo la seguente definizione: "se O ed O' sono in moto relativo rettilineo uniforme, non è possibile stabilire chi dei due sia in moto senza ricorrere ad un sistema di riferimento dotato di proprietà particolari; inoltre, il rapporto tra i valori della *stessa* grandezza fisica misurata da O ed O' dipende solo dalla loro velocità relativa *ad eccezione* del caso in cui sussista un sistema di riferimento privilegiato". Si ha un sistema di riferimento privilegiato quando il suo uso è obbligatorio per descrivere un particolare fenomeno, come nel caso dell'effetto Doppler acustico (si veda più avanti). D'altra parte, il sistema di riferimento che vede la radiazione cosmica di fondo come isotropa (trascurando le piccole anisotropie intrinseche) è un sistema di riferimento dotato della proprietà particolare appena citata, senza essere un sistema di riferimento privilegiato, come era, per esempio, l'etere nella teoria di Lorentz o Poincaré. È possibile *convenire* che, rispetto al sistema di riferimento che vede la radiazione cosmica di fondo come isotropa, possiamo stabilire chi è in moto e chi no; tuttavia, ciò non ci obbliga a descrivere i fenomeni fisici usando questo sistema di riferimento. Si noti infine come sia possibile stabilire chi effettivamente si muove analizzando il contesto fisico dell'esperimento. Nell'esempio descritto da Lucrezio, è evidente che – tenendo conto del contesto fisico – è la nave a muoversi e non le colline. Analogamente, il viaggiatore in volo su un aereo vede la Terra muoversi sotto i suoi piedi; ciononostante, egli "sa" che è l'aereo a muoversi (tuttavia, il volo di un aereo richiede una trattazione sofisticata; si veda, più sopra, la discussione dell'esperimento di Hafele e Keating).

Illustreremo ora la definizione proposta discutendo alcuni casi significativi.

Effetto Doppler. Sebbene usualmente trascurata, esiste – ovviamente – una trattazione relativistica unificata per l'effetto Doppler ottico o acustico: si veda, per esempio [19, p. 1042] e la bibliografia ivi contenuta. L'effetto Doppler ottico nel vuoto differisce da quello acustico per il fatto che quest'ultimo richiede l'esistenza di un mezzo di propagazione del segnale. Nel caso della luce nel vuoto, dati due sistemi di riferimento inerziali, la relazione tra le grandezze fisiche caratteristiche dell'effetto Doppler – la frequenza nel caso della descrizione ondulatoria e l'energia del fotone nel caso della descrizione corpuscolare – dipende solo dalla loro velocità relativa; si veda, per esempio [19]. Invece, come è ben noto, nel caso acustico la frequenza misurata dipende dalla velocità della sorgente e del rivelatore rispetto al sistema di riferimento in cui il mezzo di propagazione del segnale è in quiete e non dalla velocità relativa tra sorgente e rivelatore. In questo caso, il sistema di riferimento in cui il mezzo è in quiete costituisce un sistema di riferimento *privilegiato*, dove "privilegiato" significa che il fenomeno considerato *deve* essere descritto in questo sistema di riferimento. Infine, si osservi come l'effetto Doppler luminoso in un mezzo materiale richieda l'uso, come nel caso acustico, di un sistema di riferimento privilegiato (quello in cui il mezzo di propagazione è in quiete) [25].

Dilatazione del tempo. Come chiaramente mostrato in precedenza, la durata di un fenomeno che si svolge in *un punto* del sistema di riferimento O' è vista dilatata da O che vede O' in moto: secondo O, il fenomeno si svolge lungo un *segmento di retta*. Se lo stesso fenomeno si svolge invece in un punto di O, è O' che vede dilatata la sua durata: anche in questo caso interviene solo la velocità relativa tra i due sistemi di riferimento.

Effetto orologi. Questo caso è, *apparentemente*, analogo al caso dell'effetto Doppler acustico. Per ottenere predizioni – confermate poi sperimentalmente – è necessario e sufficiente descrivere l'esperimento in un sistema inerziale. Questo punto è ben posto in evidenza dalla trattazione teorica dell'esperimento di Hafele e Keating: innanzitutto, nel sistema di riferimento inerziale non rotante con l'origine nel centro della Terra, entrambi gli orologi sono in moto. Inoltre, le durate proprie dei viaggi dei due orologi dipendono solo dalla loro velocità rispetto al sistema di riferimento inerziale scelto: sono invece indipendenti dalla loro velocità relativa. Ciò non costituisce una violazione della relatività del moto. I valori a confronto non sono quelli di una *stessa* grandezza misurata in due sistemi di riferimento diversi (come nel caso della frequenza dell'effetto Doppler luminoso nel vuoto): essi sono quelli delle durate proprie di due fenomeni distinti: i due viaggi, distinti, dei due orologi nel sistema inerziale scelto. Il ruolo svolto nell'effetto Doppler acustico dal sistema di riferimento in cui il mezzo di propagazione è in quiete è svolto qui dal sistema di riferimento inerziale con l'origine nel centro della Terra. *Con una differenza essenziale*: mentre nel caso dell'effetto Doppler acustico la scelta del sistema di riferimento è obbligata (il mezzo in cui si propaga il segnale) ed il sistema di riferimento usato è un sistema di riferimento *privilegiato*, nel caso dell'effetto orologi *qualunque* sistema inerziale è adatto allo scopo.

9. Solo modi di dire?

Il lessico normalmente usato nelle presentazioni della relatività speciale contiene espressioni che possono facilmente dare adito a concetti o rappresentazioni errate. Si può partire dal termine di "relatività": la letteratura, soprattutto divulgativa, è zeppa di usi impropri di questo termine e della sua variante aggettivale. Innanzitutto: la stessa denominazione di "relatività speciale" sottolinea ciò che è relativo, mentre i pilastri della teoria sono sicuramente le entità invarianti: equazioni e alcune grandezze fisiche. Inoltre, affermazioni del tipo "Einstein ha reso relativo lo spazio ed il tempo" sono, a ben vedere, prive di senso. Il tempo, nella relatività ristretta, è una variabile matematica i cui valori sono generati da orologi ideali; lo spazio è ancora euclideo. Quelle che sono diventate "relative" sono alcune grandezze fisiche perché il loro valore misurato è diverso in sistemi inerziali diversi. Espressioni decisamente infelici sono poi "dilatazione del tempo" e "contrazione delle lunghezze". Non vi è alcunché che si dilata o alcunché che si contrae: semplicemente, i risultati di alcune misure sono diverse in sistemi inerziali diversi. Purtroppo, siccome queste espressioni sono state usate con funzione di denotazione sin dalla nascita della teoria, non appare ragionevole accantonarle: si dovrebbe solo sottolineare con nettezza che, appunto, non vi è alcunché che si dilata o alcunché che si contrae. Invece, non è ragionevole continuare ad usare espressioni come "il ritmo degli orologi in volo rallenta"; oppure, la "vita media dei muoni in volo aumenta" perché sono, semplicemente, errate.

All'interno della rappresentazione spazio-temporale della relatività speciale o generale (con dovute limitazioni), si usa abitualmente l'espressione: "gli orologi misurano il tempo proprio" definito come $\tau = s/c$ dove s è la lunghezza di una linea di universo. Una variante di questa asserzione afferma che gli intervalli di tempo misurati da un orologio dipendono dalla linea di universo percorsa dall'orologio stesso. Un orologio non percorre alcuna linea di universo: la linea di universo è "percorsa" dal punto rappresentativo dell'orologio. Come abbiamo visto, gli orologi non possono misurare la grandezza $\tau = s/c$ perché non misurano alcunché distinto da sé: essi possono solo mostrarla.

Alla radice di diffuse rappresentazioni della relatività speciale sta la sottovalutazione del ruolo svolto dall'esistenza della velocità limite c. La presenza di c nel fattore $\sqrt{1 - V^2/c^2}$ (che, come si dimostra con gli esperimenti ideali con lampi di luce, è il fattore della dilatazione del tempo) è un'impronta di una proprietà fondamentale del mondo fisico che, *in assenza di gravità*, non ha nulla a che vedere con gli orologi, la loro costruzione ed il loro funzionamento.

La velocità limite c era uno dei postulati fondativi di Einstein, anzi, era il postulato che operava una cesura con la fisica precedente. Successivamente, è stato dimostrato che trasformazioni di coordinate simil-Lorentz possono essere ricavate senza il quarto postulato einsteiniano. Nella tradizione italiana, il lavoro di riferimento è quello di Carlo Cattaneo [26]. Recentemente, è stato pubblicato un lavoro che, sorprendentemente, riproduce, passo per passo, la derivazione di Cattaneo [27]. Le trasformazioni simil-Lorentz contengono una velocità limite che deve essere scelta convenientemente: essa appare solo dopo aver eliminato un'altra possibile versione delle trasformazioni di coordinate utilizzando il principio di causalità. Pertanto, la velocità limite è il prodotto finale dei primi tre postulati einsteiniani e del principio di causalità. La scelta di porre questa velocità limite uguale alla velocità della luce nel vuoto si basa sull'assunzione della correttezza delle equazioni di Maxwell. Dal punto di vista filosofico è rilevante il fatto che una proprietà fondamentale del mondo fisico possa essere predetta sulla base di ipotesi riguardanti lo spazio ed il tempo ed usando principi di invarianza e di causalità nonché la definizione di velocità.

Si osservi infine che, se un giorno venisse sperimentalmente stabilito l'esistenza di una velocità limite superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida: cambierebbe invece gran parte della fisica che conosciamo, a partire dall'elettromagnetismo. Si pensi, inoltre, a tutte le costanti fondamentali in cui compare c. Tra le altre: la massa, la temperatura, la lunghezza ed il tempo di Planck (di rilevanza nei modelli cosmologici), la costante di struttura fine (che controlla i fenomeni atomici) e la costante di Fermi (che controlla l'interazione elettro-debole). Infine, c compare, strutturalmente, nella metrica dello spazio-tempo della relatività generale. Appare pertanto stupefacente la leggerezza con cui, qualche tempo fa, è stato divulgato il risultato, poi rivelatosi errato, secondo cui era stata misurata una velocità di propagazione dei neutrini superiore a quella della luce.

10. Relatività generale

In relatività generale, l'intervallo infinitesimo di tempo proprio, misurato con un orologio, che separa due eventi che si verificano in un punto P dello spazio è dato da:

$$d\tau = \sqrt{g_{00}}\,dt \tag{20}$$

dove g_{00} è il coefficiente metrico della coordinata ct e t è il cosiddetto *tempo coordinato* (*coordinate time*).

Nel caso in cui il campo gravitazionale sia statico (g_{00} indipendente da t), la (20) può essere integrata così (assumendo uguale a zero la costante di integrazione):

$$\tau = \sqrt{g_{00}}\,t. \tag{21}$$

Nella (3), τ è il tempo mostrato da un orologio posto nel punto P; invece, t è il tempo che sarebbe mostrato dallo stesso orologio in assenza di campo gravitazionale.

La (17) implica che il periodo fondamentale di un orologio dipenda dal coefficiente metrico g_{00} secondo la:

$$T_{grav} = T_0/\sqrt{g_{00}} \tag{22}$$

dove T_0 è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.

Quindi, *in relatività generale, non sussiste il concetto di orologio ideale, cioè di un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica*. Non solo: è necessario assumere – a meno di non abbandonarsi alla ricerca, epistemologicamente inaccettabile, di orologi che soddisfino la (22) – che la gravità modifica il periodo fondamentale di ogni classe di orologi secondo quanto previsto dalla (22). Questa assunzione presenta, tuttavia, alcuni seri problemi epistemologici. È, innanzitutto, necessario individuare le classi di orologi oggi disponibili e verificare se ciascuna di esse soddisfa la (22). In secondo luogo, anche ammesso che tutte le classi di orologi (artificiali o naturali) oggi disponibili soddisfino la (22), una nuova classe di orologi potrebbe in futuro violarla. Infine, se una classe di orologi soddisfa la (22), è metodologicamente necessario capire *come* la gravità modifica il periodo fondamentale della classe di orologi presa in considerazione.

Possiamo individuare almeno quattro classi di orologi artificiali, *sulla base dello standard di frequenza utilizzato*: orologi a pendolo, orologi a molla, orologi al quarzo ed orologi che utilizzano la radiazione elettromagnetica come l'agente fisico che "blocca" la frequenza dello standard di frequenza usato. A quest'ultima classe, che denomineremo classe *EM*, appartengono gli orologi atomici, gli orologi ottici (*optical clocks*) quelli basati su maser o cavità risonanti. A queste classi di orologi, andrebbe aggiunta anche quella degli orologi basati su circuiti elettrici risonanti: peraltro, gli oscillatori al quarzo possono essere descritti come circuiti elettrici risonanti. Sebbene, nella pratica corrente, ci si riferisca indifferentemente a orologi o standard di frequenza, è opportuno mantenere la distinzione tra i due termini perché essi denotano oggetti fisici distinti.

Gli orologi a pendolo violano l'equazione (22). Tuttavia, questa classe di orologi presenta una caratteristica peculiare: funzionano solo in presenza di gravità (in particolare, non funzionano in caduta libera). Per questa ragione, essi non possono essere descritti dall'equazione (22): mentre essi possono mostrare il tempo τ, non possono invece mostrare il tempo t perché non funzionano in assenza di gravità. La classe degli orologi a pendolo va quindi tolta dal nostro elenco.

Gli esperimenti condotti sinora hanno dimostrato che soddisfano la (22) gli orologi al quarzo e quelli della classe *EM*. Non sono invece stati condotti esperimenti con la classe degli orologi a molla: la loro accuratezza non è sufficiente per permettere la verifica della (22).

Cerchiamo ora di capire come la gravità possa influenzare il periodo fondamentale degli orologi della classe *EM* incominciando con gli orologi atomici. Secondo la relatività generale, l'energia a riposo di un atomo posto in un campo gravitazionale statico e debole è data da:

$$E_{grav} = Mc^2\sqrt{1+2\chi/c^2} \tag{23}$$

dove M è la massa dell'atomo e χ è il potenziale gravitazionale newtoniano. Se l'atomo è eccitato, questa equazione assume la forma:

$$E_{grav} = (mc^2 + \Delta E_0)\sqrt{1+2\chi/c^2} \tag{24}$$

dove m è la massa dell'atomo non eccitato e ΔE_0 è la differenza di energia tra lo stato eccitato dell'atomo e lo stato fondamentale in assenza di gravità. La (24) implica che la frequenza della transizione elettronica considerata è data da:

$$\nu_{grav} = \nu_0\sqrt{1+2\chi/c^2} \tag{25}$$

dove ν_0 è la frequenza in assenza di gravità; il periodo fondamentale dell'orologio sarà allora dato da:

$$T_{grav} = T_0 / \sqrt{1+2\chi/c^2} \approx T_0(1-\chi/c^2) \tag{26}$$

se $\chi/c^2 \ll 1$ (T_0 è il periodo in assenza di gravità). La (26) è una forma approssimata della (22): abbiamo così mostrato come la gravità modifica il periodo fondamentale di un orologio atomico, in base a quanto previsto dalla relatività generale [28]. Si osservi, tuttavia – come abbiamo già osservato in precedenza – che si può giungere alle stesse conclusioni usando la formula $E = mc^2$ della relatività speciale [11, p. 69-71]. Questa trattazione è immediatamente estensibile agli orologi "ottici" ed a quelli basati sull'uso di maser. Per quanto concerne invece gli orologi basati su cavità risonanti, si procede come segue. L'energia a riposo della cavità risonante è data da:

$$E_{grav} = (mc^2 + Nh\nu_0)\sqrt{1 + 2\chi/c^2} \tag{27}$$

dove m è la massa della cavità, N il numero di fotoni contenuti nella cavità e ν_0 la frequenza di risonanza in assenza di gravità. Dalla (27) è immediato ricavare che il periodo fondamentale dell'orologio a cavità risonante è dato, nell'approssimazione già usata, dalla (22).

Sono stati effettuati esperimenti tesi a verificare il principio dell'invarianza locale di posizione (*Local Position Invariance*, LPI) usando *standard di frequenza* appartenenti alla classe *EM*, considerati come "orologi" diversi perché aventi una struttura interna differente.

LPI asserisce che *l'esito di ogni esperimento locale non gravitazionale non dipende da dove e quando esso è realizzato nell'Universo*. LPI suggerisce il cosiddetto *null gravitational redshift test*: si considerino due standard di frequenza differenti; LPI implica che il rapporto tra le loro frequenze sia lo stesso in ogni punto dello spazio e ad ogni istante di tempo. Il primo esperimento di questo tipo è stato realizzato nel 1983: in esso, le frequenze di due maser ad idrogeno e di tre *Supercoducting Cavity Stabilized Oscillators* (SCSO) sono state misurate in funzione del moto orbitale terrestre [29]. Per una rassegna abbastanza recente, si veda [30]. Tutti gli standard di frequenza usati in questi esperimenti appartengono alla classe *EM* che usa la radiazione elettromagnetica come agente di blocco della frequenza: pertanto, nonostante la loro diversa struttura fisica, essi non dovrebbero essere considerati standard di frequenza diversi. In altri termini: LPI dovrebbe essere corroborato usando classi diverse di standard di frequenza.

A mia conoscenza, non è disponibile una descrizione di come la gravità influenzi il periodo fondamentale degli orologi al quarzo che, come abbiamo visto, soddisfano la (22).

Infine, sarebbe interessante verificare se la vita media di particelle instabili soddisfa la (22). Purtroppo, l'accuratezza con cui è nota la vita media dei muoni (di gran lunga la più accurata) è dell'ordine di 10^{-6}, mentre la variazione del termine χ/c^2 dovuta al moto orbitale terrestre è dell'ordine di 10^{-12}. D'altra parte, come già osservato in precedenza, la accuratezza con cui sono noti i parametri di decadimento dei nuclei radioattivi non rende oggi praticabile un esperimento alla Hafele e Keating (o alla Alley) con orologi radioattivi.

11. Il tempo nei modelli cosmici

Il lettore interessato può rivolgersi alla letteratura disponibile. Suggeriamo la lettura del saggio di Rugh e Zinkernagel, dotato di ampia bibliografia [31]. Qui intendiamo solo accennare alla problematicità dell'uso del concetto di tempo nei modelli cosmici. Innanzitutto, siccome in fisica il concetto di tempo è strettamente connesso a quello di orologio, l'uso del concetto di tempo avrebbe senso solo finché, in linea di principio, sussiste la materia necessaria per uno standard di frequenza; in secondo luogo, il tempo mostrato dagli orologi dipenderebbe dalla distribuzione delle sorgenti gravitazionali. Ne consegue che le rappresentazioni dell'evoluzione dell'Universo in funzione di una variabile *t omogenea* interpretata come "tempo" paiono basarsi su una concezione del tempo non dissimile da quella di Newton secondo cui "Il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione con alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con altro nome è chiamato durata"...

Rigraziamenti. Su diversi argomenti ho avuto un proficuo scambio di idee con Silvio Bergia, Claudio Borghi e Biagio Buonaura. Li ringrazio per la loro disponibilità e il loro contributo critico alla messa a punto di alcune questioni.

Note e bibliografia

[1] Basri S., "Operational Foundations of Einstein's General Theory of Relativity", *Rev. Mod. Phys.*, 37, (1965), 288-315, p. 288.

[2] Si è valutato che in testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000: Fraser J., "Report on the Literature of Time", in: Fraser J., Lawrence N., Park D., (ed.), *The Study of Time IV*, Springer-Verlach 1981, p. 234-270.

[3] Hertz H., *The Principles of Mechanics Presented in a New Form*, MacMillan, London, 1899, p. 45.

[4] Einstein A., "Zur Elektrodynamik bewegter Körper", *Ann. Phys.*, 17, (1905), 891-921. Trad. it. di S. Antoci alla pagina: http://fisica.unipv.it/antoci/re.html

[5] Biagio Buonaura mi ha segnalato queste definizioni di orologio da parte di Einstein. "Un orologio è una cosa che è caratterizzata da un fenomeno che ripassa periodicamente per le stesse fasi, in modo tale che siamo obbligati ad ammettere – sulle basi del principio di ragion sufficiente – che tutto quello che è accaduto in un dato periodo sarà identico a tutto quello che accadrà in un qualsiasi periodo" [6]. "Noi intendiamo come orologio qualcosa che fornisce delle successioni di eventi che possono essere contati [...]. Un orologio è anche un corpo o un sistema con la proprietà addizionale che le successioni di eventi di cui è composto formano degli elementi che possono essere considerati tutti uguali" [7]. "Un processo fisico qualsiasi può servire da orologio, purché possa venir ripetuto con esattezza tante volte quante vogliamo. Scegliendo come unità di misura l'intervallo di tempo fra l'inizio e la fine di un tale processo si può misurare intervalli di tempo arbitrari mediante la ripetizione dell'evento stesso. Tutti gli orologi, dalla semplice clessidra agli strumenti più raffinati si basano su questo principio" [8].

[6] Einstein A., "Principe de relativité et ses consequénces dans la physique moderne", *Archives des sciences physiques et naturelles*, 29, (1910), p. 21.

[7] Einstein A., *The meaning of relativity*, Methuen, Londra, 1950, 4 ed., p. 1-2.

[8] Einstein A., Infeld L. *L'evoluzione della fisica*, Boringhieri, Torino, 1965, p. 189.

[9] Bondi H., *Relativity and common sense: a new approach to Einstein*, Dover, New York, 1980.

[10] Ugarov V., *Teoria della relatività ristretta*, MIR, Mosca, 1982.

[11] Giuliani G., Bonizzoni I., *Lineamenti di elettromagnetismo*, La Goliardica Pavese, 2004.

[12] Lämmerzahl C., "Special Relativity and Lorentz Invariance", *Ann. Phys.*, 14, (2005), 71-102.

[13] Wortel S., Malin S., Semon M., "Two examples of circular motion for introductory courses in relativity", *Am. J. Phys.*, 2007, 1123-1133.

[14] Hafele J.C., "Relativistic Time for Terrestrial Circumnavigations", *Am. J. Phys.*, 40, (1972), 81-85.

[15] Hafele J.C., Keating R.E., "Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains", *Science*, 177, (1972), 166-168.

[16] Hafele J.C., Keating R.E., "Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains", *Science*, 177, (1972), 168-170.

[17] Alley C., "Relativity and clocks", *Proc. XXXIII Ann. Symp. on Frequency Control,* (1979), 4-39; http://dx.doi.org/10.1109/FREQ.1979.200296. Ringrazio Silvio Bergia per avermi segnalato questo riferimento e sottolineato la rilevanza dell'esperimento in esso descritto.

[18] Vessot R.F.C., *et al.*, "Test of Relativistic Gravitation with a Space-Borne Hydrogen Maser", *Phys. Rev. Lett.*, 45, (1980), 2081-2084.

[19] Giuliani G., "Experiment and theory: the case of the Doppler effect for photons", *Eur. J. Phys.*, 34, (2013), 1035-1047.

[20] Reinhardt S., *et al.*, "Test of relativistic time dilation with fast optical atomic clocks at different velocities", *Nature Phys.*, 3, (2007), 861-864.

[21] Mansouri R., Sexl R.U., "A test theory of special relativity: I Simultaneity and clock synchronization", *Gen. Rel. Grav.*, 8, (1977), 497-513.

[22] Rossi B., Hall D.B., "Variation of the Rate of Decay of Mesotrons with Momentum", *Phys. Rev.*, 59, (1941), 223-228.

[23] Bailey J., *et al.*, "Measurements of relativistic time dilation for positive and negative muons in a circular orbit", *Nature*, 268, (1977), 301-305.

[24] Langevin P., "L'évolution de l'espace et du temps", *Scientia* 10, (1911), 31-54.

[25] Chang C.H., Hsiao J.H., Hong T.M., "Optical Doppler Effect in a Medium", *Chin. J. Phys.*, 47, (2009), 421-426.

[26] Cattaneo C., “Sui postulati comuni alla cinematica classica e alla cinematica relativistica”, *Rend. Acc. Lin.*, 24, (1958), 526-532. Una rielaborazione di questo lavoro si trova in [11].

[27] Pal P.B., “Nothing but relativity”, *Eur. J. Phys.*, 24 (2003) 315-319.

[28] Una trattazione identica a quella qui proposta si trova in: Okun L.B., Selivanov K.G., Telegdi V.L., “On the interpretation of the redshift in a static gravitational field”, *Am. J. Phys.*, 68, (2000), 115-119.

[29] Turneaure J.P. *et al.*, “Test of the principle of equivalence by a null gravitational red-shift experiment”, *Phys. Rev.*, D, 27, (1983), 1705-1714.

[30] Will C.M., “The Confrontation between General Relativity and Experiment”, *Living Rev. Relativity*, 9, (2006), 3, http://www.livingreviews.org/lrr-2006-3

[31] Rugh S.E., Zinkernagel H., “On the physical basis of cosmic time”, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 40 (2009) 1-19.

Della piccola compagnia dei cultori dei gruppi facevano parte alcuni fisici italiani, appartenenti alla generazione immediatamente successiva a quella di Fermi: Giovanni Gentile jr., Ettore Majorana, Gian Carlo Wich, Giulio Racah. Questi giovani studiosi gravitavano attorno all’istituto di via Panisperna, ma il loro interesse per la teoria dei gruppi fu del tutto autonomo, non favorito – anzi osteggiato – da Fermi, il quale pur avendo letto il libro di Weyl (eccezionalmente, perché non era solito leggere trattati di fisica), non ne aveva tratto un’impressione favorevole, refrattario com’era ai formalismi matematici che reputava non necessari ...
Per ciò che riguarda specificamente l’applicazione della teoria dei gruppi alla meccanica quantistica e alla fisica atomica, la figura più influente del quartetto italiano fu Giulio Racah. Trasferitosi a Gerusalemme a causa delle leggi razziali fasciste, Racah scrisse una serie di articoli sugli spettri atomici, l’ultimo dei quali apparso nel 1949, segnò la vera rinascita della teoria dei gruppi in fisica quantistica, dopo il periodo pionieristico di Wigner e Weyl. In questo lavoro Racah mostrava che gli spettri atomici complessi potevano essere trattati esaurientemente solo facendo uso delle tecniche gruppali. Egli stesso contribuì a perfezionare queste tecniche e successivamente le applicò allo studio della struttura nucleare. Nel 1951 tenne a Princeton, di fronte a una platea di giovani teorici destinati a diventare i protagonisti della fisica delle particelle (tra essi, Murray Gell-Mann e Abdus Salam), un ciclo di lezioni sui gruppi di Lie. Pochi, sul momento, ne apprezzarono l’importanza e l’utilità, ma qualche anno dopo, le note trascritte e fotocopiate di quelle lezioni divennero il testo di riferimento per coloro che cominciavano a studiare le simmetrie delle particelle elementari.

Vincenzo Barone, *L’ordine del mondo. Le simmetrie in fisica da Aristotele a Higgs*.
Bollati Boringhieri 2013, p. 99

Il teorema di Noether rimase poco noto fino alla metà del secolo scorso. La ragione del suo tardivo riconoscimento sta nel fatto che esso si basa su due elementi che per molto tempo i fisici non considerarono di particolare rilevanza: la teoria di Lie, che come abbiamo visto si diffuse solo in seguito al successo dei primi schemi di classificazione degli adroni, e il formalismo lagrangiano, che fu applicato alle teorie quantistiche alla fine degli anni Quaranta, per opera di Richard Feynman. Oggi il teorema di Noether è riconosciuto come uno dei fondamenti della moderna visione del mondo fisico.

Vincenzo Barone, *L’ordine del mondo. Le simmetrie in fisica da Aristotele a Higgs*.
Bollati Boringhieri 2013, p. 187