

L'elettrostrizione di fluidi apolari¹

Harald Goetz e Wolfgang Zahn

Con 3 figure nel testo

(Ricevuto il 3 gennaio 1958)

In un dispositivo analogo ad un interferometro per ultrasuoni si è misurata in fluidi apolari la pressione alternata in presenza di un campo costante e di un campo alternato ad alta frequenza, e la si è confrontata con i valori per l'elettrostrizione calcolati da Debye. Si mostra che oltre alla pressione originata dall'elettrostrizione bisogna tener conto di una pressione dovuta alla forza di Coulomb. I valori forniti dalla teoria sono confermati, sicchè l'elettrostrizione nei fluidi apolari risulta assodata anche sperimentalmente.

1. Introduzione

In prosecuzione delle ricerche di uno di noi² si sono eseguite misure di elettrostrizione di fluidi apolari. Tra le molecole di un dielettrico sussistono in un campo elettrico delle forze d'attrazione, che portano ad un aumento della densità, ovvero ad una diminuzione del volume. Debye³ ha calcolato la variazione di volume dovuta a questo sunnominato effetto di elettrostrizione. Secondo Becker⁴ l'espressione di Debye si può trasformare, e per la variazione di pressione p_e presente in un campo elettrico E risulta:

¹Zeitschr. für Physik **151**, 202 (1958).

²Goetz, H.: Z. Physik **141**, 277 (1955).

³Debye, P.: Handbuch der Radiologie, Vol. VI, p. 750 segg., Leipzig 1925.

⁴Becker, R.: Teoria dell'elettricità, Vol. I, p. 92 segg., Leipzig 1933.

$$p_e = (\epsilon_0 / 2) \cdot \rho \cdot \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T \cdot E^2. \quad (1)$$

Qui ϵ_0 è la costante d'influenza, ϵ la costante dielettrica della sostanza che si trova nel campo e ρ la densità di questa sostanza. Becker presuppone inoltre un mezzo praticamente incompressibile, la densità del quale rimanga approssimativamente costante al variare della pressione. Per la relazione di Clausius-Mossotti

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = \text{cost.}$$

risulta inoltre per la variazione della costante dielettrica per derivazione rispetto a ρ

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right)_T = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{(\epsilon + 2)(\epsilon - 1)}{3}. \quad (2)$$

Sostituendo nella (1) si ottiene infine per la variazione di pressione in campo elettrico la "pressione elettrostrittiva"

$$p_e = (\epsilon_0 / 2) \cdot \frac{(\epsilon + 2)(\epsilon - 1)}{3} \cdot E^2. \quad (3)$$

Se il campo elettrico è generato tra due elettrodi metallici, i due elettrodi si attrarranno secondo la legge di Coulomb. Perciò agisce sul mezzo una ulteriore pressione ("pressione dielettrica") p_d , il valore della quale è dato da

$$p_d = (\epsilon_0 / 2) \cdot \epsilon \cdot E^2. \quad (4)$$

Pressione elettrostrittiva e pressione dielettrica sono circa dello stesso ordine di grandezza; le due pressioni agiscono simultaneamente, anche se si applicano campi ad alta frequenza⁵. Si può mostrare che le due pressioni sono in fase nel mezzo posto tra gli elettrodi e quindi si sommano algebricamente. Se tra gli elettrodi esiste oltre ad un campo costante E_0 un campo variabile

⁵Nel lavoro citato come 1) questo non si presupponeva. Siamo grati al Sig. E. Gerdes, Rostock, per un suggerimento critico in proposito.

$E_1 \sin \omega t$, per il quadrato dell'intensità di campo risulta:

$$E^2 = (E_0 + E_1 \sin \omega t)^2 = E_0^2 + \frac{1}{2} E_1^2 + 2 E_0 E_1 \sin \omega t + \frac{1}{2} E_1^2 \sin(2\omega t - \pi/2). \quad (5)$$

La somma delle pressioni dielettrica ed elettrostrittiva si può quindi misurare con un rivelatore di pressione *selettivo* sia alla frequenza fondamentale del campo elettrico alternato che alla sua prima armonica. Misurando alla frequenza fondamentale si ottiene per la pressione in presenza del campo, con la sostituzione della (5) nella somma della (3) e della (4)

$$p = \epsilon_0 \cdot \left(\epsilon + \frac{(\epsilon+2)(\epsilon-1)}{3} \right) E_0 E_1 \sin \omega t. \quad (6)$$

Si osservi in particolare che per $E_0 = 0$ alla frequenza fondamentale sarà pure $p = 0$, mentre misurando all'armonica superiore la pressione risultante è indipendente dal campo costante additivo E_0 .

Con il procedimento di misura descritto nel seguito la pressione alternata p viene misurata direttamente con un quarzo ricevitore, e confrontata con i valori numerici ottenuti col calcolo dall'equazione (6).

2. Procedimento di misura

L'apparato utilizzato corrisponde nel principio ai soliti dispositivi interferometrici, che si utilizzano nelle misure di velocità e di assorbimento di ultrasuoni. Il fluido da studiare si trova (Fig. 1) tra un riflettore Re e il quarzo ricevitore Qu . Un campo elettrico costante E_0 ed un campo elettrico alternato $E_1 \cdot \sin \omega t$ sono applicati tra il riflettore metallico Re e l'elettrodo superiore El_1 del quarzo Qu .⁶ Il secondo elettrodo El_2 è collegato con il voltmetro a valvole RVM .

Se dalla tensione alternata u misurata dal voltmetro a valvole si deve stabilire la pressione alternata p che sollecita il sistema, è necessaria la conoscenza di diverse quantità che

⁶L'utilizzo di uno stesso elettrodo è stata proposto dal Sig. D. v. Bezold, Monaco in una conversazione sul dispositivo di misura più conveniente e si è dimostrato assai valido nella prassi.

dipendono da vari fattori. Per la determinazione di questi fattori si è scelta la strada seguente:

è noto che un quarzo che lavori come ricevitore si può rappresentare con lo schema sostitutivo mostrato in Fig. 2. u_p è la tensione alternata proporzionale alla pressione p che opera in questo circuito in serie, mentre u è la tensione data dal quarzo, quindi la tensione alternata misurabile. L'impedenza Z del circuito complessivo in notazione complessa si scrive:

$$Z = R + \tilde{R} + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} - \frac{1}{\omega C_0} - \frac{1}{\omega \tilde{C}} \right). \quad (7)$$

L'induttanza L e la capacità C influenzano con la loro reattanza dipendente dalla frequenza l'impedenza del circuito, ma nel presente procedimento di misura non occorre che siano note. La capacità C_0 comprende la capacità del quarzo e la capacità propria del voltmetro a valvole⁷, la resistenza R dà il grado di smorzamento del quarzo determinato dal supporto e dal tipo degli elettrodi, mentre la resistenza \tilde{R} e la capacità \tilde{C} descrivono la reazione del mezzo che si trova davanti al quarzo, quindi lo smorzamento aggiuntivo che origina dal mezzo.

Il voltmetro a valvole collegato al quarzo misura la tensione alternata u che corrisponde alla distanza che di volta in volta c'è tra riflettore e quarzo. Poiché $u_p = k \cdot p$ ($k = \text{cost.}$), con la tensione alternata u che cade su C_0 si trova la pressione cercata

$$p = \frac{\omega C_0}{k} \cdot Z \cdot u. \quad (8)$$

Se si deve determinare p , oltre alla tensione alternata u devono quindi essere note Z e $\omega C_0/k$.

a) Determinazione dell'impedenza Z

Se tra il riflettore e l'elettrodo superiore del quarzo si applica un campo elettrico uniforme E_0 , e a questo si sovrappone un campo alternato $E_1 \sin \omega t$, per variazione della distanza

⁷Si può qui trascurare l'alta resistenza ohmica d'ingresso R_0 del voltmetro a valvole.

riflettore-quarzo si ottiene che la tensione alternata u misurata con il voltmetro a valvole dà luogo a valori massimi periodici in corrispondenza delle mezze lunghezze d'onda del suono. Per intensità costante del campo questi massimi sono dipendenti dalla frequenza del generatore e assumono il loro valore massimo in corrispondenza delle frequenze proprie del quarzo. In questo caso ha luogo nel circuito elettrico equivalente una risonanza della serie, cioè l'impedenza del circuito è reale e quindi uguale alla resistenza $(R+\tilde{R})$ introdotta nell'equazione (7). Si ottiene questo risultato con il calcolo del rapporto di smorzamento applicando la teoria dell'interferometro di Hubbard e Fox⁸, sulla quale qui non ci addentreremo oltre. Si deve determinare separatamente la resistenza $(R+\tilde{R})$, e per questo si è applicato il procedimento seguente: senza cambiamenti della disposizione elettrica e degli apparati - quindi innanzi tutto con ugual distanza riflettore - quarzo - si è usato il quarzo come trasmettitore. È noto che una tensione alternata di frequenza variabile applicata al trasmettitore dà al variare della frequenza due posizioni di risonanza - risonanza e antirisonanza - , le impedenze Z_1 e Z_2 associate alle quali si possono determinare nel modo consueto dalla corrente e dalla tensione. Secondo Cady⁹ la resistenza cercata è data da

$$(R+\tilde{R}) = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 - Z_1} . \quad (9)$$

b) Determinazione della costante $\omega C_0/k$.

La seconda quantità incognita dell'equazione (8) si può determinare mediante una taratura: nei gas con l'apparecchiatura presente non c'è prova di un effetto elettrostrittivo misurabile, come hanno mostrato esperienze precedenti. Inoltre un calcolo all'uopo dà che la resistenza complessa aggiuntiva $\tilde{R}-j/(\omega\tilde{C})$ rimane trascurabile. Quindi si può applicare il procedimento prima

⁸ Hubbard, J.C.: Phys. Rev. (2) **38**, 1011 (1931). - Fox, F.E.: Phys. Rev. (2) **52**, 973 (1937).

⁹ Cady, W.G.: Piezoelectricity. New York 1946.

descritto per determinare da un lato la resistenza R_L del quarzo in aria, e dall'altro la misura con il campo elettrico applicato tra riflettore ed elettrodo superiore del quarzo dà la pressione alternata dielettrica p_L che origina dalla forza coulombiana. Essa è calcolabile con l'equazione (4), e può quindi essere utilizzata per determinare la costante $\omega C_0/k$.

c) Confronto delle quantità finali misurate e calcolate

Con la tensione alternata u_L misurata in aria nel caso della risonanza (frequenza angolare ω_L) si ottiene per la pressione

$$p_L = \frac{\omega_L C_0}{k} \cdot R_L \cdot u_L.$$

Parimenti per la tensione alternata u_F misurata nel fluido in esame nel caso della risonanza (frequenza angolare ω_F) risulta

$$p_F = \frac{\omega_F C_0}{k} \cdot (R + \tilde{R}) \cdot u_F.$$

Dividendo risulta infine

$$\frac{p_F}{p_L} = \frac{\omega_F (R + \tilde{R}) u_F}{\omega_L \cdot R_L u_L}. \quad (10)$$

Il rapporto p_F/p_L è quindi determinabile sperimentalmente mediante la misura delle quantità che compaiono al secondo membro di questa equazione, purché il campo costante E_0 ed il campo alternato $E_1 \sin \omega t$ mantengano lo stesso valore in tutte le misure.

D'altronde dalle equazioni (4), (5) e (6) si ottiene col calcolo per il rapporto delle pressioni

$$\frac{p_F}{p_L} = \epsilon + \frac{(\epsilon + 2)(\epsilon - 1)}{3}. \quad (11)$$

Se ϵ è noto, si possono confrontare i valori dati dalla teoria con i valori misurati; l'accordo dei due valori numerici fornisce una dimostrazione dell'elettrostrizione nei fluidi apolari secondo la predizione teorica.

3. Descrizione dell'apparato di misura

L'interferometro usato per la misura¹⁰ ha la seguente struttura (Fig. 3): al centro d'una piastra d'ottone Pl (150×150×8 mm) c'è un recipiente Tr d'acciaio V2A. La piastra e il recipiente hanno un foro comune che serve per l'introduzione del quarzo. Il quarzo utilizzato è montato in un anello di gomma dura Ri , un foglio d'ottone rivestito di rodio che serve da elettrodo El_1 (spessore 10 μ) è appiccicato alla superficie superiore del quarzo e al lato anteriore dell'anello Ri con araldite indurita a freddo (fornitore: Ciba, Basel). Per mezzo di una piastra avvitabile Dr l'elettrodo superiore El_1 è premuto contro il bordo corrispondente del recipiente Tr , sicché oltre ad un contatto elettrico ineccepibile (schermatura!) si ottiene una chiusura a tenuta di liquido. Questa disposizione rende anche possibile cambiare facilmente il quarzo usato: se ne sono utilizzati due rotondi, a oscillazione di spessore (diam. 18 mm.) con frequenze proprie rispettivamente 3,1 e 3,5 MHz. Dall'elettrodo inferiore El_2 (argento a fuoco) la conduzione al voltmetro a valvole è realizzata attraverso la piastra Dr alla valvola d'ingresso che sta immediatamente sotto l'alloggiamento del quarzo, sicché viene assicurato un ingresso con la capacità più piccola possibile.

Il riflettore Re fatto di ottone rivestito di rodio è costruito a forma di recipiente, sicché si ottiene che la piastra di coperchio a facce piane parallele sempre confina con l'aria. Il riflettore Re è assicurato su un pezzo isolante Is con una slitta che consente lo spostamento rettilineo e con una vite micrometrica (1 tacca= 0,01 mm) (non indicata in figura 3). Slitta e vite micrometrica sono inoltre fissati ad un sostegno che a sua volta è avvitato alla piastra di base Pl .

Lo snodo sferico a molla Ku rende possibile disporre

¹⁰L'interferometro è stato costruito nell'officina dell'Istituto dal capofficina Signor H. Strombach. Lo si ringrazia in questo luogo per l'esecuzione particolarmente scrupolosa dell'apparato e per le sue valide iniziative.

parallelamente il quarzo e il riflettore abbassando il riflettore fino al contatto col quarzo. Per la misura della distanza quarzo-riflettore lo zero del micrometro dev'esser noto: una misura della resistenza elettrica tra elettrodo superiore del quarzo e riflettore con un ohmetro sensibile produce per spostamento del riflettore prima premuto saldamente uno zero ineccepibile, poiché in questo punto la resistenza misurata va con un salto all'infinito.

Il voltmetro a valvole è installato in una scatola d'alluminio (200×200×200 mm), sulla quale è montata la piastra di base dell'interferometro. Consiste di un amplificatore a due stadi con successivo raddrizzatore e permette la misura di tensioni tra 0,1 e 100 mV.

Poiché le parti restanti della costruzione elettrica non sono praticamente mutate rispetto all'apparato descritto nella pubblicazione precedente¹¹, per i dettagli si rimanda a questo lavoro.

4. Risultati delle misure

a) Pressione dielettrica

Per chiarire la questione, se con campi ad alta frequenza possa comparire una pressione dielettrica che derivi dalle forze coulombiane, si è eseguito nelle prove preliminari il seguente esperimento: poiché applicando in aria il campo costante E_0 ed il campo alternato $E_1 \sin \omega t$ non può esistere alcuna pressione elettrostrittiva alternata, la tensione misurata dal voltmetro a valvole può originare solo dalla pressione dielettrica, purché altri effetti perturbanti non siano la causa di questa tensione. Come già prima rilevato [Eq. (6)], se si misura alla frequenza fondamentale senza campo costante E_0 non può comparire alcuna pressione; e questo accade in effetti. Se invece si applica un campo elettrico alternato con frequenza metà (così il quarzo ricevitore può lavorare di nuovo alla sua frequenza

¹¹Goetz, H.: Z. Physik **141**, 277 (1955).

fondamentale), la pressione misurata è indipendente dal fatto che il campo elettrico costante sia applicato o meno. È da verificare anche il richiesto rapporto delle ampiezze delle pressioni misurate all'onda fondamentale e all'armonica¹².

b) Valori misurati in fluidi apolari

Si sono studiati quattro fluidi apolari, che sono riepilogati con le proprietà che qui c'interessano in Tabella 1. La costante dielettrica è stata determinata con un errore del $\pm 1\%$ con un ponte capacitivo, e da quella è stato calcolato il valore numerico del rapporto delle pressioni riportato nella colonna 4. Questi valori numerici calcolati sono quindi affetti dall'errore corrispondente. Ogni valore riportato nella colonna 5 per il rapporto misurato delle pressioni è un valor medio da quattro serie di misure, delle quali sempre due con due quarzi diversi, quindi con diversi rapporti di smorzamento. La massima differenza tra i valori singoli ammonta al 6%. Poiché la massima deviazione tra valori misurati medi e valori calcolati è del 4% (colonna 6), se ne può concludere un accordo tra teoria ed esperimento soddisfacente, tanto più che i due membri dell'equazione (11) hanno un rapporto da 1:1 a 1:1,06.

Perciò è stata raggiunta una dimostrazione quantitativa dell'elettrostrizione di fluidi apolari, che a nostra conoscenza ancora non esisteva.

Ringraziamo il Professor Dr. Walter Gerlach per il sempre vivo interesse che ha manifestato per il progresso di questo lavoro.

¹²Abbiamo avuto occasione di discutere con il Signor E. Gerdes, Rostock, i risultati di questo lavoro. I suoi risultati ottenuti con un altro apparato coincidono con le nostre osservazioni qui solo delineate.