La meccanica quantistica dei processi d'urto[1]

[Comunicazione provvisoria[2]]

Max Born, Gottinga

(ricevuto il 25 luglio 1926)

Mediante lo studio dei processi d'urto si sviluppa l'idea che la meccanica quantistica nella forma di Schrödinger permetta di descrivere non solo gli stati stazionari, ma anche i salti quantici.

La meccanica quantistica fondata da Heisenberg è stata finora applicata esclusivamente al calcolo degli stati stazionari e delle ampiezze d'oscillazione associate alle transizioni (evito di proposito la parola "probabilità di transizione"). Inoltre il formalismo ampiamente sviluppato nel frattempo sembra dare buoni risultati. Ma questa impostazione della questione riguarda solo un aspetto del problema; accanto ad essa si leva altrettanto importante la questione della natura della "transizioni" stesse. Riguardo a questo punto le opinioni appaiono divise; molti ritengono che il problema delle transizioni non sia affrontato dalla meccanica quantistica nella forma presente, e che qui saranno necessarie nuove forme concettuali. Per quanto mi riguarda, sotto l'impressione della chiusura della struttura logica della meccanica quantistica, sono giunto alla congettura che questa teoria sia completa e che debba comprendere il problema delle transizioni. Credo di essere riuscito a dimostrare questo.

Già Bohr ha diretto l'attenzione sul fatto che tutte le difficoltà di principio della rappresentazione quantistica, che incontriamo con l'emissione e l'assorbimento della luce da parte di atomi, compaiono anche nell'interazione di atomi a breve distanza, quindi nei processi d'urto. In questi si ha a che fare, invece che con campi d'onda ancora assai vaghi, esclusivamente con sistemi di particelle materiali che sottostanno al formalismo della meccanica quantistica. Ho quindi affrontato il problema di studiare l'interazione di una particella libera (raggio α o elettrone) e di un atomo qualsiasi e di stabilire se non sia possibile una descrizione del processo d'urto nell'ambito della teoria esistente.

Delle diverse forme della teoria in questo caso solo quella di Schrödinger si è dimostrata idonea, e potrei proprio per questa ragione considerarla come la versione più profonda delle leggi dei quanti. Il filo del mio ragionamento è ora il seguente:

Quando si vuole calcolare secondo la meccanica quantistica l'interazione di due sistemi è noto che non si può, come nella meccanica classica, prendere uno stato di un sistema e stabilire come questo sia influenzato da uno stato dell'altro sistema, ma tutti gli stati dei due sistemi sono accoppiati in modo complicato. Ciò vale anche in un processo aperiodico, come un urto, nel quale una particella, diciamo un elettrone, viene dall'infinito e di nuovo svanisce all'infinito. Ma qui s'impone l'idea che però sia prima che dopo l'urto, quando l'elettrone è abbastanza lontano e l'accoppiamento piccolo, dev'essere definibile uno stato determinato dell'atomo

[1] Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge, Zeitschr. f. Phys. **37**, 863-867 (1926).

[2] Questa comunicazione era originariamente destinata a "Naturwissenschaften", ma non ha potuto essere accettata là per mancanza di spazio. Spero che la sua pubblicazione in questo luogo non appaia superflua.

e un moto determinato, rettilineo uniforme, dell'elettrone. Si tratta di esprimere matematicamente questo comportamento asintotico delle particelle accoppiate. Ciò non m'è riuscito con la forma matriciale della meccanica quantistica, bensì con la formulazione di Schrödinger.

Secondo Schrödinger l'atomo nell'n-esimo stato quantico è un processo d'oscillazione di una quantità di stato sull'intero spazio con frequenza costante $(1/h)W_n^0$. Un elettrone che si muova rettilineamente è in particolare un siffatto processo d'oscillazione, che corrisponde ad un'onda piana. Se i due vengono in interazione si stabilisce un'oscillazione complicata. Ma si vede subito che questa può essere determinata mediante il suo comportamento asintotico all'infinito. Non si ha proprio nient'altro che un "problema di diffrazione", nel quale un'onda piana incidente su un atomo viene diffratta o diffusa; al posto delle condizioni al contorno, che si utilizzano in ottica per la descrizione dello schermo, si ha qui l'energia potenziale dell'interazione di atomo ed elettrone.

Il problema è quindi: si deve risolvere l'equazione d'onda di Schrödinger per la combinazione atomo-elettrone con la condizione al contorno che la soluzione in una determinata direzione dello spazio dell'elettrone vada asintoticamente in un'onda piana nella direzione di propagazione di questo (l'elettrone in arrivo). Della soluzione così definita ci interessa di nuovo essenzialmente il comportamento dell'onda "diffusa" all'infinito; infatti questa descrive il comportamento del sistema dopo l'urto. Esprimiamo questo un po' più precisamente. Siano $\psi_1^0(q_k)$, $\psi_2^0(q_k), \ldots$ le autofunzioni dell'atomo imperturbato (assumiamo che si abbia solo una serie discreta); all'elettrone che si muove imperturbato (in linea retta) corrispondono le autofunzioni $\sin[(2\pi/\lambda)(\alpha x + \beta y + \gamma z + \delta)]$, che formano una molteplicità continua di onde piane, la cui lunghezza d'onda (secondo de Broglie) è collegata all'energia τ del moto di traslazione dalla relazione $\tau = h^2/(2\mu\lambda^2)$. L'autofunzione dello stato imperturbato, nel quale l'elettrone arriva dalla direzione $+z$, è quindi

$$\psi_{n\tau}^0(q_k, z) = \psi_n^0(q_k)\sin(2\pi/\lambda)z.$$

Sia ora $V(x, y, z; q_k)$ l'energia potenziale dell'interazione fra atomo ed elettrone. Si può mostrare per mezzo di facili calcoli perturbativi che esiste una soluzione determinata univocamente dell'equazione differenziale di Schrödinger che tien conto dell'interazione V, che per $z \to +\infty$ va asintoticamente nella funzione di cui sopra.

Veniamo ora a come questa funzione soluzione si comporta "dopo l'urto".

Ora il calcolo dà: l'onda diffusa, provocata dalla perturbazione, ha all'infinito asintoticamente l'espressione

$$\psi_{n\tau}^1(x, y, z, q_k) = \sum_m \int\int_{\alpha x+\beta y+\gamma z>0} d\omega \cdot \Phi_{n_\tau m}(\alpha, \beta, \gamma)\sin k_{n_\tau m}(\alpha x + \beta y + \gamma z + \delta)\psi_m^0(q_k).$$

Ciò significa: la perturbazione si può intendere all'infinito come sovrapposizione di soluzioni del processo imperturbato. Se si calcola l'energia corrispondente alla lunghezza d'onda $\lambda_{n_\tau m}$ secondo la formula prima data di de Broglie, si trova

$$W_{n_\tau m} = h\nu_{nm}^0 + \tau,$$

dove le ν_{nm}^0 sono frequenze dell'atomo imperturbato.

Se si vuole interpretare questo risultato in senso corpuscolare, solo un'interpretazione è possibile: $\Phi_{n_\tau m}(\alpha,\beta,\gamma)$ determina la probabilità[3] che l'elettrone che viene dalla direzione z venga scagliato nella direzione determinata da α,β,γ (e con una variazione di fase δ), mentre la sua energia τ è aumentata di un quanto $h\nu^0_{nm}$ a spese dell'energia dell'atomo (urto di primo tipo per $W^0_n < W^0_m, h\nu^0_{nm} < 0$; urto di secondo tipo per $W^0_n > W^0_m$, $h\nu^0_{mn} < 0$). La meccanica quantistica di Schrödinger dà quindi alla domanda circa l'effetto di un urto una risposta del tutto definita; ma non si tratta affatto di una relazione causale. Non si ottiene alcuna risposta alla domanda, "com'è lo stato dopo l'urto", ma solo alla domanda , "quant'è probabile un prefissato effetto dell'urto" (nel quale naturalmente la legge quantomeccanica dell'energia dev'essere soddisfatta).

Sorge qui l'intera problematica del determinismo. Dal punto di vista della nostra meccanica quantistica non vi è nessuna quantità che fissi causalmente nel caso singolo l'effetto di un urto; ma anche nell'esperienza non abbiamo finora alcun punto d'appoggio riguardo al fatto che esistano proprietà interne dell'atomo che determinino un certo esito dell'urto. Dobbiamo sperare di scoprire in seguito proprietà siffatte (per esempio, le fasi dei moti atomici interni) e di determinarle nel caso singolo? Oppure dobbiamo credere che la concordanza di teoria ed esperienza nell'incapacità di fornire relazioni per l'evoluzione causale sia un'armonia prestabilita che si fonda sull'inesistenza di siffatte relazioni? Da parte mia inclino a rinunciare al determinismo nel mondo atomico. Ma questa è una questione filosofica, per la quale gli argomenti fisici non sono i soli determinanti.

In pratica in ogni caso sia per il fisico sperimentale che per il teorico sussiste l'indeterminismo. La "funzione di risposta" Φ assai studiata dagli sperimentali è ora determinabile rigorosamente anche per via teorica. La si può trovare a partire dall'energia potenziale dell'interazione $V(x,y,z,q_k)$; tuttavia i procedimenti di calcolo a ciò necessari sono troppo complicati per comunicarli in questo luogo. Spiegherò solo il significato della funzione $\Phi_{n_\tau m}$ con qualche parola. Se per esempio l'atomo prima dell'urto è nello stato normale $n=1$, risulta da

$$\tau + h\nu^0_{1m} = \tau - h\nu^0_{m1} = W_{1_\tau m} > 0,$$

che per un elettrone con energia minore del gradino d'eccitazione più piccolo dell'atomo dev'essere necessariamente anche $m=1$, quindi $W_{1_\tau 1} = \tau$; ne risulta perciò "riflessione elastica" dell'elettrone con la funzione di risposta $\Phi_{1_\tau 1}$. Se τ supera il primo gradino d'eccitazione, oltre alla riflessione si ha anche eccitazione con la risposta $\Phi_{1_\tau 2}$ e così via. Se l'atomo considerato è nello stato eccitato $n=2$ e se $\tau < h\nu^0_{21}$, si ha riflessione con la risposta $\Phi_{2_\tau 2}$ e urto di secondo tipo con la risposta $\Phi_{2_\tau 1}$. Se $\tau > h\nu^0_{21}$, compare la relativa ulteriore eccitazione e così via.

Le formule riproducono quindi perfettamente il comportamento qualitativo negli urti. All'esame quantitativo esauriente delle formule per casi speciali dev'essere riservato uno studio particolareggiato.

Non mi pare escluso che lo stretto accoppiamento di meccanica e statistica, come qui si presenta, richiederà una revisione dei concetti fondamentali termodinamico-statistici.

Credo inoltre che anche il problema dell'assorbimento e dell'emissione di luce dovrà essere trattato in modo del tutto analogo come "problema di valori al con-

[3]Nota alla correzione: un ragionamento più preciso mostra che la probabilità è proporzionale al quadrato della quantità $\Phi_{n_\tau m}$.

torno" dell'equazione d'onda e porterà ad una teoria razionale dell'assorbimento e della larghezza di riga in accordo con la concezione dei quanti di luce.

Un'esposizione dettagliata apparirà prossimamente in questo giornale.