Principî della teoria della relatività generale[1]

A. Einstein

Una serie di pubblicazioni degli ultimi tempi, in particolare l'acuto lavoro di Kretschmann apparso di recente su questi Annali nel volume 53, fascicolo 16, mi inducono a ritornare ancora una volta sui fondamenti della relatività generale. Il mio scopo è perciò di esporre esclusivamente le idee di base, assumendo la teoria come nota.

La teoria, come ora mi sta dinnanzi, si fonda su tre punti di vista principali, che d'altronde non sono affatto indipendenti tra loro. Essi sono riportati e caratterizzati in breve nel seguito, e in quanto segue illustrati sotto alcuni aspetti:

a) *Principio di relatività:* Le leggi di natura sono solo affermazioni su coincidenze spaziotemporali; esse trovano quindi la loro sola espressione naturale in equazioni generalmente covarianti.

b) *Principio di equivalenza:* L' inerzia e la gravitazione sono della stessa natura. Da qui e dai risultati della teoria della relatività speciale segue necessariamente che il "tensore fondamentale" simmetrico $(g_{\mu\nu})$ determina le proprietà metriche dello spazio, il comportamento inerziale dei corpi in esso, come pure le azioni gravitazionali. Designeremo come "campo G" la condizione dello spazio descritta dal tensore fondamentale.

c) *Principio di Mach:*[2] il campo G è *completamente* determinato dalle masse dei corpi. Poiché massa ed energia sono secondo i risultati della teoria della relatività speciale la stessa cosa, e l'energia è descritta formalmente dal tensore d'energia simmetrico $(T_{\mu\nu})$, ciò significa che il campo G è fissato e determinato dal tensore d'energia della materia.

Riguardo ad a) Kretschmann osserva come il principio di relatività così formulato non sia alcuna affermazione sulla realtà fisica, cioè sul *contenuto* delle leggi naturali, ma solo un postulato relativo alla *formulazione* matematica. Poiché infatti l'esperienza fisica complessiva si riferisce solo a coincidenze, dev'essere sempre possibile rappresentare esperienze sul complesso stabilito da leggi di queste coincidenze mediante equazioni generalmente covarianti. Risulta pertanto necessario collegare un altro significato al postulato di relatività. Ritengo che l'argomento di Kretschmann sia giusto, tuttavia non ritengo raccomandabile l'innovazione da lui proposta. Sebbene infatti sia giusto che si debba poter portare ogni legge empirica in forma generalmente covariante, tuttavia il principio a) possiede una forza euristica significativa, che si è dimostrata splendidamente nel problema della gravitazione e che si fonda su quanto segue. Tra due sistemi teorici associabili con l'esperienza si dovrà preferire quello che dal punto di vista del calcolo differenziale assoluto sia il più facile e il più chiaro. Si provi a portare la meccanica della gravitazione di Newton nella forma di equazioni assolutamente covarianti (tetradimensionali) e ci si persuaderà sicuramente che il principio a) esclude questa teoria non teoricamente, ma in pratica!

Il principio b) ha costituito il punto di partenza dell'intera teoria e in primo luogo ha portato con sè l'affermazione del principio a); sicuramente non può essere

[1] Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie, Annalen der Physik **55**, 241-244 (1918).

[2] Finora non ho tenuti distinti i due principi a) e c), cosa che tuttavia provocava confusione. Ho scelto il nome "Principio di Mach", poiché questo principio rappresenta un'estensione del postulato di Mach, che l'inerzia si debba poter ricondurre ad un'interazione dei corpi.

lasciato perdere, se ci si vuole attenere alle idee fondamentali del sistema teorico.

Altrimenti succede con il "principio di Mach" c); la necessità di attenersi ad esso non è affatto condivisa dagli altri colleghi, ma per mio conto io trovo il suo soddisfacimento incondizionatamente necessario. Per c) non dovrà esser possibile secondo le equazioni di campo della gravitazione alcun campo G senza materia. Il postulato c) si collega evidentemente nel modo più stretto al problema della struttura spaziotemporale dell'universo; all'instaurazione del campo G prenderan parte tutte le masse dell'universo.

Come equazioni generalmente covarianti della gravitazione ho proposto

$$G_{\mu\nu} = -k\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right), \tag{1}$$

dove si è posto per brevità

$$G_{\mu\nu} = \sum_{\sigma\tau} g^{\sigma\tau}\,(\mu\sigma, \tau\nu)\,.$$

Ma queste equazioni non soddisfano il postulato c); infatti esse consentono la soluzione

$$g_{\mu\nu} = \text{cost.} \quad (\text{per tutti i } \mu \text{ e } \nu),$$
$$T_{\mu\nu} = 0 \quad (\text{per tutti i } \mu \text{ e } \nu).$$

Secondo le equazioni (1) sarebbe quindi pensabile, in contraddizione con il postulato di Mach, un campo G senza alcuna materia che lo generi.

Ma il postulato c) - per quanto mi consentono di capire gli studi finora fatti - è soddisfatto dalle equazioni di campo[3] costruite dalle (1) con l'introduzione del "termine λ"

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -k\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right). \tag{2}$$

Un continuo spaziotemporale privo di singolarità, con un tensore d'energia della materia ovunque nullo, secondo la (2) non appare possibile. La soluzione della (2) più semplice pensabile è statica, un universo sferico ovvero ellittico nelle coordinate spaziali, con materia a riposo uniformemente distribuita. Si può così non solo *costruire con il pensiero* un universo che si conforma al postulato di Mach; ci si può immaginare anzi che il nostro universo reale sia approssimato dal suddetto universo sferico. In verità nel nostro universo la materia non è distribuita uniformemente, ma è concentrata in singoli corpi celesti non a riposo, ma impegnati in moti relativi (lenti rispetto alla velocità della luce). Tuttavia è ben possibile che la densità spaziale media della materia ("misurata naturalmente"), presa su spazi che comprendano moltissime stelle fisse, sia nell'universo una quantità pressoché costante. In questo caso le equazioni (1) *devono* essere completate mediante un termine aggiuntivo del carattere del termine λ; allora l'universo dev'essere chiuso in sé , e la sua geometria si discosta solo di poco e solo localmente da quella di uno spazio sferico ovvero ellittico, all'incirca come la forma della superficie terrestre si discosta da quella di un ellissoide.

(Ricevuto il 6 marzo 1918)

[3] Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Berl. Ber. 1917, p. 142.