Considerazioni elementari sull'interpretazione dei fondamenti della meccanica quantistica[1]

A. Einstein

Institute for Advanced Study, Princeton, N.J.

L'essenza della situazione attuale io la vedo così: riguardo al formalismo matematico della teoria non esiste alcun dubbio, ma molti ce ne sono sull'interpretazione fisica delle sue asserzioni. In quale relazione sta la funzione ψ con la situazione concreta individuale, cioè con la situazione individuale di un singolo sistema? Ovvero: che cosa dice la funzione ψ sullo "stato reale" (individuale)?

Ora si può anzitutto dubitare che si possa in generale attribuire un senso a queste domande. Si può infatti assumere il seguente punto di vista: "reale" è solo il singolo risultato dell'osservazione, non un qualcosa di esistente obiettivamente nello spazio e nel tempo indipendentemente dall'atto dell'osservazione. Se si assume questo netto punto di vista positivistico, non c'è bisogno evidentemente di fare alcun pensiero su come lo "stato reale" debba essere interpretato nell'ambito della teoria dei quanti. Tale sforzo appare infatti come un tirar di scherma contro un fantasma.

Questo punto di vista positivistico netto ha tuttavia - se conseguentemente sviluppato - un'irreparabile debolezza: esso conduce a dichiarare vuote di significato tutte le proposizioni esprimibili col linguaggio. Si ha il diritto di dichiarare dotata di significato, ossia vera o falsa, una descrizione di un singolo risultato d'osservazione? Non è possibile che una tale descrizione sia fondata su bugie, ovvero su esperienze che noi possiamo interpretare come ricordo di sogni o come allucinazioni? La distinzione tra esperienze della veglia ed esperienze del sogno ha in generale un significato obiettivo? Alla fine restano "reali" solo le esperienze di un io senza una qualche possibilità di asserire qualcosa su di esse; infatti i concetti adoperati nelle asserzioni si rivelano ad un'analisi positivistica rigorosa senza eccezione vuoti di significato.

In verità i concetti indipendenti ed i sistemi di concetti utilizzati nelle nostre asserzioni sono creazioni umane, strumenti di lavoro che ci siamo creati da noi, la cui giustificazione e il cui valore consistono esclusivamente nel fatto che essi si lasciano coordinare alle esperienze "con profitto" (verifica). Altrimenti detto - questi strumenti di lavoro sono giustificati in quanto consentono di "spiegare"[2] le esperienze.

Solo da questo punto di vista della verifica si è autorizzati a giudicare concetti e sistemi di concetti. Ciò vale anche per i concetti "realtà fisica" ovvero "realtà del mondo esterno", "stato reale di un sistema". Non si ha a priori alcun diritto di postularli come necessari per il pensiero o di vietarli; ciò che decide è solo la verifica. Dietro queste parole simboliche sta un programma, che si è rivelato senz'altro determinante per lo sviluppo del pensiero fisico fino all'enunciazione della teoria dei quanti: si deve ricondurre tutto a oggetti ideali nell'ambito spaziotemporale ed alle relazioni in forma di legge che devono valere per questi oggetti. In questa

[1]Elementare Überlegungen zur Interpretation der Grundlagen der Quanten-Mechanik, Scientific Papers presented to Max Born, Hafner Publishing Company Inc., New York (1953), pp. 33-40.

[2]L'affinità linguistica tra i concetti di "wahr"e di "sich bewähren" si fonda su un'affinità di essenza; solo, questa constatazione non deve essere fraintesa in senso utilitaristico.

descrizione non compare che cosa si riferisca ad una conoscenza empirica riguardo a questi oggetti. Alla luna si attribuisce una posizione spaziale (relativamente ad un opportuno sistema di coordinate) ad ogni determinato tempo, indipendentemente dal fatto che ci siano o meno delle osservazioni su questa posizione. Si intende questo tipo di descrizione quando si parla della descrizione fisica di un "mondo reale esterno", riguardo alla quale è anche sempre possibile la scelta delle pietre da costruzione elementari (punto materiale, campo, ecc.) che si prendono a fondamento.

Della validità di questo programma non si è dubitato seriamente da parte dei fisici, finché sembrava che tutto quello che interviene nella descrizione dovesse in linea di principio potersi determinare empiricamente in ogni singolo caso. Che questa fosse un'illusione è stato mostrato per la prima volta nell'ambito dei fenomeni quantistici da Heisenberg in modo convincente per i fisici.

Ora il concetto di "realtà fisica" è diventato problematico e si son poste le domande, che cosa essa veramente sia, che cosa cerchi di descrivere la fisica teorica (mediante la meccanica quantistica), e a che cosa si riferiscano le leggi da essa enunciate. A queste domande vengono date risposte assai diverse.

Per avvicinarci ad una risposta, consideriamo che cosa afferma la meccanica quantistica sui macro-sistemi, cioè su quegli oggetti che noi avvertiamo come "direttamente percepibili". Di tali oggetti sappiamo infatti che essi e le leggi per essi valide si possono rappresentare mediante la fisica classica con precisione notevole, anche se non illimitata. Non dubitiamo che per tali oggetti ad ogni tempo si abbia una configurazione spaziale reale (posizione) come pure una velocità (ovvero un impulso), cioè una *situazione reale* - il tutto con l'approssimazione consentita dalla struttura quantica.

Ci chiediamo: la meccanica dei quanti (con l'approssimazione richiesta) implica la descrizione reale prodotta dalla meccanica classica per i corpi macroscopici? Ovvero - qualora non si possa rispondere semplicemente a questa domanda con un "sì" - in che senso ciò accade? Esamineremo ciò con un esempio concreto.

L'esempio particolare

Il sistema consista di una sfera di circa 1 mm. di diametro, che va avanti e indietro (lungo l'asse x di un sistema di coordinate) tra due pareti parallele (distanti tra loro un metro circa). Gli urti siano idealmente elastici. In questo macro-sistema idealizzato pensiamo di sostituire le pareti con espressioni dell'energia potenziale dall'andamento "ripido", nelle quali entrino solo le coordinate del punto materiale che rappresenta la sfera. "Con astuzia e perfidia" si faccia in modo che questi processi di riflessione non diano luogo ad alcun accoppiamento tra la coordinata x del baricentro della sfera e le coordinate "interne" di questa (incluse le coordinate angolari). Otteniamo così che per lo scopo da noi perseguito la posizione della sfera (a prescindere dal suo raggio) può essere descritta mediante la sola x.

Nel senso della meccanica quantistica si tratta di un processo con energia esattamente determinata. L'onda di de Broglie (funzione ψ) è quindi armonica nella coordinata temporale. Essa è inoltre diversa da zero solo tra $x = -l/2$ e $x = +l/2$. Agli estremi del cammino la connessione continua con la funzione ψ nulla al di là del cammino richiede che per $x = \pm l/2$ debba essere $\psi = 0$.

La funzione ψ è quindi un'onda stazionaria, che si può rappresentare all'interno del cammino mediante la sovrapposizione di due onde armoniche che si propagano in direzione opposta:

$$\psi = \frac{1}{2} A \exp\left[i\left(at - bx\right)\right] + \frac{1}{2} A \exp\left[i\left(at + bx\right)\right] \tag{1}$$

ovvero

$$\psi = A \exp(iat) \cos\left(bx\right). \tag{1a}$$

Si vede dalla (1a) che il fattore A nei due termini dev'essere scelto uguale, perché si possano soddisfare le condizioni al contorno agli estremi del segmento. Senza restrizione della generalità A può esser scelto reale. Secondo l'equazione di Schrödinger b è determinato da [...] e dalla massa m. Pensiamo il fattore A normalizzato nel modo noto.

Perché un confronto dell'esempio con il corrispondente problema classico sia fruttuoso dobbiamo assumere che la lunghezza d'onda di de Broglie $2\pi/b$ sia piccola rispetto ad l.

Per il significato della funzione ψ assumiamo ora nel modo consueto l'interpretazione probabilistica di Born:

$$W = \int \psi\overline{\psi} dx = A^2 \int \cos^2\left(bx\right) dx.$$

Questa è la probabilità che la coordinata x del baricentro della sfera giaccia in un dato intervallo Δx. Essa è - a prescindere da una "struttura fine" ondulatoria, la cui realtà fisica è accertata - semplicemente cost.Δx.

Come va ora con la probabilità dei valori dell'impulso ovvero della velocità della sfera? Queste probabilità si otterranno mediante sviluppo di Fourier della ψ. Se la (1) valesse da $-\infty$ a $+\infty$, la (1) sarebbe già lo sviluppo di Fourier cercato. Darebbe due valori ben definiti dell'impulso uguali e di segno opposto con uguale probabilità. Ma poiché i due treni d'onda sono limitati, si produce per ogni termine uno sviluppo continuo di Fourier con una regione spettrale tanto più stretta, quanto più grande è il numero di lunghezze d'onda di de Broglie contenute nel tratto l. Si conclude quindi che sono possibili solo due valori quasi ben definiti dell'impulso uguali e di segno opposto - valori che del resto coincidono con quelli del caso classico; inoltre entrambi hanno la stessa probabilità.

Questi due risultati statistici sono quindi, a prescindere dalle piccole deviazioni determinate dalla struttura quantica, gli stessi di quelli che si ottengono nel caso della teoria classica per una "totalità temporale" di sistemi. Pertanto fin qui la teoria è interamente soddisfacente.

Ma ora ci chiediamo: questa teoria può produrre una descrizione reale di un caso individuale? A questa domanda dobbiamo rispondere con un "no". Per questa conclusione è essenziale che si abbia a che fare con un "macro-sistema". Infatti con un macro-sistema siamo sicuri che esso si trova ad ogni tempo in uno "stato reale", che è descritto in modo approssimativamente giusto mediante la meccanica classica. Il macro-sistema individuale del tipo da noi trattato ha quindi ad ogni tempo una coordinata del baricentro quasi determinata - quanto meno mediata su un intervallo di tempo piccolo - e un impulso quasi determinato (determinato anche riguardo al segno). Nessuno di questi due risultati si può ottenere dalla funzione ψ (1). Da questa si possono ottenere (per mezzo dell'interpretazione di Born) solo quei risultati, che si riferiscono ad una *totalità statistica* di sistemi del tipo considerato.

Il fatto che per il macro-sistema considerato non succeda che ogni funzione ψ che soddisfi l'equazione di Schrödinger corrisponda approssimativamente alla descrizione reale nel senso della meccanica classica è particolarmente chiaro quando si tratti una funzione ψ che consiste di una sovrapposizione di due soluzioni del tipo (1), le cui frequenze (ovvero energie) siano notevolmente diverse tra loro. Infatti ad una tale sovrapposizione non corrisponde alcun caso reale della meccanica classica (ma ben tuttavia una totalità statistica di tali casi reali nel senso dell'interpretazione di Born).

Generalizzando concludiamo: la meccanica quantistica descrive totalità di sistemi, non il sistema individuale. La descrizione mediante la funzione ψ è in questo senso una descrizione incompleta del sistema singolo, non una descrizione dello stato reale di questo.

Osservazione: contro questa conclusione si potrebbe opporre quanto segue. Il caso da noi trattato di estrema nettezza in frequenza della funzione ψ è un caso limite per il quale il requisito dell'analogia con un problema della meccanica classica potrebbe ben in via eccezionale non valere. Se si consente un intervallo finito, anche se piccolo, di frequenze temporali, si può ottenere, con un'opportuna scelta delle ampiezze e delle fasi delle funzioni ψ sovrapposte, che la funzione ψ risultante abbia approssimativamente una posizione ed un impulso precisi. Non si potrebbe cercare di restringere secondo questo punto di vista le funzioni ψ ammissibili, e ottenere così che le funzioni ψ consentite possano essere interpretate come rappresentazione del sistema singolo?

Questa possibilità dev'essere negata in base al fatto che una tale rappresentazione non si può ottenere per tutti i tempi. -

La circostanza che l'equazione di Schrödinger assieme all'interpretazione di Born non conduce ad una descrizione dello stato reale del sistema singolo stimola naturalmente la ricerca di una teoria che sia esente da questa limitazione.

Ci sono finora due tentativi in questa direzione, che hanno in comune il mantenimento dell'equazione di Schrödinger e l'abbandono dell'interpretazione di Born. Il primo tentativo risale a de Broglie ed è stato ulteriormente sviluppato da Bohm con molta acutezza.

Come Schrödinger nella sua ricerca originale deriva l'equazione d'onda per analogia con la meccanica classica (linearizzazione dell'equazione di Jacobi della meccanica analitica), altrettanto si dovrà fondare sull'analogia l'equazione di moto del singolo sistema quantizzato - appoggiandosi ad una soluzione ψ dell'equazione di Schrödinger. La regola è questa. Si porti ψ nella forma

$$\psi = R\exp(iS).$$

Così si ottengono da ψ le funzioni (reali) delle coordinate R ed S. La derivata di S rispetto alle coordinate deve dare gli impulsi ovvero le velocità del sistema in funzione del tempo, quando per un valore determinato del tempo siano date le coordinate del sistema individuale preso in esame.

Un'occhiata alla (1a) mostra che nel nostro caso $\partial S/\partial x$ si annulla, e quindi si annulla anche la velocità. Questa obiezione, del resto mossa già da un quarto di secolo da Pauli contro questo tentativo teorico, è particolarmente grave nel caso del nostro esempio. L'annullarsi della velocità contraddice infatti il requisito ben fondato, che nel caso di un macro-sistema il moto debba coincidere approssimativamente con quello che deriva dalla meccanica classica.

Il secondo tentativo di raggiungere una descrizione reale del sistema singolo sulla base dell'equazione di Schrödinger è stato compiuto di recente da Schrödinger stesso. Il suo pensiero in breve è questo. La funzione ψ rappresenta da sè la realtà e non c'è bisogno dell'interpretazione statistica di Born. Le strutture atomiche, sulle quali finora il campo ψ doveva dire qualcosa, non esistono affatto, per lo meno non come strutture localizzate. Questo, trasferito al nostro macro-sistema, significa: i corpi macroscopici come tali non esistono affatto; in ogni caso non esiste - neppure in senso approssimato - qualcosa come la posizione del loro baricentro ad un tempo determinato. Anche qui si abbandona il requisito che la descrizione secondo la teoria dei quanti di un macro-sistema debba coincidere approssimativamente con la corrispondente descrizione secondo la meccanica classica.

Il risultato della nostra trattazione è questo. La sola interpretazione finora accettabile dell'equazione di Schrödinger è l'interpretazione statistica data da Born. Questa non fornisce tuttavia alcuna descrizione reale per il sistema singolo, ma solo asserzioni statistiche sulla totalità dei sistemi.

Secondo la mia opinione non è soddisfacente in linea di principio porre a fondamento della fisica un simile atteggiamento teorico, tanto più che non è possibile rinunciare alla descrivibilità oggettiva del *macro*-sistema individuale (descrizione dello "stato reale") senza che l'immagine del mondo fisico si dissolva per così dire in una nebbia. In conclusione è del tutto irrinunciabile l'idea che la fisica debba sforzarsi di dare una descrizione reale del sistema singolo. La natura come un tutto può esser pensata solo come un sistema individuale (che esiste unico) e non come una "totalità di sistemi".