L'unidirezionalità della radiazione quantistica[1]

Ralph de Laer Kronig a New York

(ricevuto il 27 giugno 1924)

In una dissertazione apparsa recentemente[2] G. Wentzel mostra come si debba tradurre nella teoria dei quanti il concetto classico di fase. In essa, quando si tratta un processo di radiazione che comincia con l'emissione E di un quanto di luce da parte di un atomo e finisce con l'assorbimento A del quanto di luce da parte di un altro atomo, si pone per la fase della radiazione l'espressione invariante:

$$\varphi=(1/h)\sum_k\int \beta_k d\alpha_k \quad . \tag{1}$$

Inoltre l'atomo emittente, l'atomo assorbente e tutti gli atomi influenzati dal quanto di luce sul suo cammino sono considerati insieme come un sistema meccanico. Le α_k, β_k sono variabili canoniche, dove gli impulsi α_k sono scelti in modo tale che essi rimangano costanti per un moto meccanico. Questa definizione di φ corrisponde interamente, come mostra Wentzel, alla definizione classica della fase; poichè per moti meccanici le α_k sono costanti, essa dà una misura delle perturbazioni non meccaniche durante il processo di radiazione.

Per mezzo di questa Wentzel cerca inoltre la probabilità di transizione di un processo non meccanico, nel quale l'integrale di fase I_k di un atomo emittente periodico condizionato muta dell'ammontare ΔI_k, e trova che possiedono una probabilità diversa da zero solo quelle transizioni per le quali i ΔI_k soddisfino alle condizioni quantiche

$$\Delta I_k=n_k h \quad . \tag{2}$$

Inoltre si ottiene come prodotto secondario il principio di corrispondenza. Si descriva infatti l'atomo emittente mediante le

---

[1]Zeitschr. f. Phys. **29**, 383 (1924).

[2]Zeitschr. f. Phys. **22**, 193, 1924.

variabili angolari

$$w_k = t\cdot\partial W/\partial I_k + u_k \ ,$$

di modo che sia

$$\varphi = (1/h)\int\sum_k w_k dI_k + \cdots = (1/h)\left[\int t dW + \sum_k \int u_k dI_k + \cdots\right] \ .$$

Se le quantità di fase u_k restano invariate durante l'emissione, sarà

$$\varphi = (1/h)\left[\int t dW + \sum_k u_k \Delta I_k + \cdots\right] \ .$$

Per il vettore chiamato $\mathfrak{J}$ da Wentzel, che è determinante per la probabilità di una transizione, risulta ora, quando sia mediato su tutte le u_k (cioè sui valori arbitrari delle u_k prossimi all'istante dell'irraggiamento):

$$\mathfrak{J} = \sum_s \int\ldots\int du_1 du_2 \ldots \mathfrak{E}_s(u_k)\exp[2\pi i\varphi] \ ,$$

$$\mathfrak{E}_s(u_k) = \sum_{n_k} \mathfrak{D}^{(s)}_{n_k}\exp[-2\pi i\Sigma n_k u_k] \ . \tag{3}$$

La (3) è diversa da zero solo quando la (2) è soddisfatta.

Nella sua trattazione Wentzel si occupa solo delle w_k, che si potrebbero indicare come variabili "interne" dell'atomo emittente. Ma il sistema consiste di un atomo emittente e di uno assorbente, e se il primo è mobile come un tutto in una spazio privo di forze, nel quale il secondo è in quiete, per determinare la sua posizione sono necessarie anche variabili "esterne". Il baricentro dell'atomo emittente si muova quindi lungo una retta, naturalmente con velocità costante, fintanto che non ha luogo alcun processo non meccanico. Possiamo pensare la sua posizione determinata con coordinate rettangolari ξ ed η in un piano passante per la retta e per l'atomo A, dove

$$\xi = t\cdot\partial W/\partial p_\xi + x \ , \quad \eta = t\cdot\partial W/\partial p_\eta + y \ ,$$

(x,y coordinate al tempo t=0, cioè all'istante dell'emissione). Sarà allora

$$\varphi=(1/h)\left[\int tdW+\sum_k u_k\Delta I_k+ x\Delta p_\xi+ y\Delta p_\eta+\cdots\right] .$$

In particolare nel punto di assorbimento, poichè $\Delta W=h\nu$, ed ivi è $t=(x^2+y^2)^{1/2}/c$, si ha:

$$\varphi=\frac{1}{h}\left[\sum_k u_k\Delta I_k+(x^2+y^2)^{1/2}\left(\frac{h\nu}{c}+\frac{x}{(x^2+y^2)^{1/2}}\Delta p_\xi+\frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}}\Delta p_\eta\right)+\cdots\right] .$$

Se si sceglie l'asse x parallelo alla direzione del moto e, generalizzando il metodo di Wentzel, nel calcolo di $\mathfrak{J}$ si media su tutti i punti del cammino, al posto della (3) risulta

$$\mathfrak{J}=\lim_{x=\infty}\sum_s (1/2x)\iint\cdots\int_{-x}^{x}du_1du_2\ldots dx\mathfrak{E}_s(u_k)\exp[2\pi i\varphi] .$$

La media su $u_1,u_2\ldots$ non produce niente di nuovo. Invece quella su x dà nell'integrale il fattore

$$\lim_{r=\infty}\frac{1}{(r^2-y^2)^{1/2}}\int_y^r dr\,\frac{r}{(r^2-y^2)^{1/2}}\exp\left[2\pi i\,\frac{r}{h}\left(h\nu/c+\Delta p_\rho\right)\right] ,$$

dove $r = (x^2+y^2)^{1/2}$ è la lunghezza del raggio vettore dal punto di assorbimento al punto di emissione e Δp_ρ la componente della variazione dell'impulso in questa direzione. L'espressione è zero, salvo quando

$$\Delta p_\rho= -h\nu/c .$$

La simmetria e la circostanza che questo salto d'impulso è della grandezza che su basi classiche può essere associata all'irraggiamento di una quantità d'energia $h\nu$ fanno comprendere che non ha luogo nessuna variazione d'impulso perpendicolare alla direzione del raggio. Ci si deve aspettare che il risultato rimanga valido anche quando si passa al limite zero della velocità relativa.

Quindi l'atomo emittente subisce un impulso nella direzione del raggio d'ammontare $h\nu/c$. Ciò corrisponde interamente all'idea sostenuta per primo da Einstein[3], che ha trovato una così bella

---

[3]Phys. Zeitschr. **18**, 121, 1917.

conferma nell'effetto Compton-Debye[4]. Tuttavia, come si vede, il segno della variazione d'impulso su derivata è opposto a quello che si prende di solito. Ciò non muta invero la trattazione di Einstein e la formula di Compton, ma con il metodo introdotto da Schrödinger[5] risulterebbe un effetto Doppler sbagliato. Perciò si deve modificare la definizione (1) della fase in modo tale che il segno risulti giusto, e che inoltre i risultati derivati da Wentzel, in primo luogo la connessione con la definizione classica della fase, restino conservati. Queste condizioni sono soddisfatte dall'ipotesi

$$\varphi=(1/h)\int\left[\, 2t\,dW - \sum_k \beta_k d\alpha_k\right] ,$$

come ci si persuade facilmente. Risulta allora

$$\Delta p_\rho = h\nu/c \,. \tag{4}$$

Nel senso dell'idea proposta da Bohr, Kramers e Slater del campo di radiazione virtuale[6], l'equazione (4) significa che mediante il vettore di radiazione classico dell'atomo emittente sarà indotta nella posizione dell'atomo assorbente una probabilità per un salto d'impulso, che va di pari passo con un salto d'energia, della grandezza e della direzione trovati.

New York, Columbia University, 9 giugno 1924.

---

[4]A. Compton, Phys. Rev. **21**, 483, 1923. P. Debye, Phys. Zeitschr. **24**, 161, 1923.

[5]E. Schrödinger, Phys. Zeitschr. **23**, 301, 1922.

[6]Phil. Mag., maggio 1924.