

Sulla teoria quantistica della radiazione¹

A. Landé a Tubinga

§1. Serie di transizioni. - §2. Emissione spontanea.

- §3. Emissione indotta

§1. Serie di transizioni. Bohr ha più volte suggerito che si debba attribuire agli stati quantici di un atomo una certa indeterminazione, perchè nella determinazione degli stati stazionari si trascura la forza elettrodinamica di frenamento dello smorzamento radiativo. Nel seguito si mostreranno alcune conseguenze di questa idea per i postulati fondamentali della teoria di Bohr.

Dagli esperimenti di Bothe e Geiger, di Compton e Simon si può stabilire che non gli stati stazionari ma soltanto le transizioni stesse sono accoppiate con la radiazione. Se non si vogliono addirittura gettar via tutti i successi degli argomenti quasi di teoria ondulatoria e di corrispondenza, si può cercare una mitigazione della teoria dei quanti di luce mediante la seguente asserzione:

I. La transizione di un atomo al tempo $t=0$ induce transizioni negli altri atomi non istantaneamente, ma con probabilità decrescente anche a tempi $t>0$ (a prescindere dal tempo di latenza).

A causa dei brevi tempi di decadimento da 10^{-7} a 10^{-8} sec. una distinzione rispetto a quanti di luce agenti istantaneamente non è immediatamente determinabile sperimentalmente.

L'ipotesi formulata in I si può sostituire con una un po' più precisa mediante l'affermazione che

II. Già l'atto di emissione di un singolo atomo isolato dà luogo ad una "riga spettrale" non netta ossia con coerenza non infinita, la cui larghezza è calcolabile mediante lo smorzamento classico.

Nell'interpretazione quasi classica l'emissione non netta

¹Zeitschr. f. Phys. **35**, 317 (1926).

attorno a ν_0 è rappresentata con un'oscillazione, che secondo Fourier si sviluppa in una serie continua di oscillazioni armoniche pure, che stanno attorno al valore principale ν_0 . Possiamo associare ciascuna di queste componenti armoniche ad una transizione tra due stati nettamente definiti, e otteniamo come equivalente della riga spettrale non netta secondo I. e II. una serie continua di transizioni di un atomo, della cui struttura si parlerà più dettagliatamente nel seguito.

A questa come pare stringente conseguenza della I. e della II., che le variazioni di stato consistano in serie di transizioni², non si è attribuito spesso alcun significato, perchè la nettezza delle righe spettrali è una caratteristica assai più vistosa della loro imprecisione. L'imprecisione di una riga spettrale ν_0 si estende tuttavia in realtà non solo al piccolo dominio della sua larghezza a mezz'altezza, ma come mostrano la dispersione, la diffusione, la riflessione e la rifrazione di luce estranea con $\nu \neq \nu_0$, ad una regione assai più vasta. Deviazioni dell'indice di rifrazione n dal valore 1 si trovano in una regione assai estesa attorno a ν_0 (propriamente estesa fino a ∞), che chiameremo dominio di dispersione; in prossimità di ν_0 la curva di n ha inoltre in confronto alla restante regione un incremento estremamente grande (determinato dallo smorzamento), la cui origine è determinante per la larghezza della "riga spettrale" ν_0 . Ma questo mostra soltanto che entro la corrispondente serie di transizioni complessiva la transizione principale ΔE_0 e quelle immediatamente vicine per così dire per caso (cioè a causa del

²*Nell'espressione serie di transizioni c'è una concessione all'immagine consueta, che una "transizione" colleghi due "stati" netti. Ma gli stati, come ha notato Bohr, non sono nettamente definiti, e la stessa cosa vale per le transizioni. Solo formalmente si può pensare lo stato non netto come composto da "stati netti" nel senso consueto, e la transizione da una serie di "transizioni nette". Tuttavia questa scomposizione secondo l'interpretazione qui proposta non ha contenuto fisico, e sarebbe coerente parlare ancora semplicemente di transizione invece che di serie di transizioni.*

valore per caso assai piccolo dello smorzamento radiativo) possiedono pesi fortemente privilegiati, in corrispondenza alla forte luminosità della riga spettrale stretta ν_0 rispetto alle posizioni buie più lontane ν . Ma se si vuole giungere ad una comprensione della dispersione, della diffusione etc., l'oscurità delle restanti regioni di dispersione la si deve intendere solo come relativa, e le transizioni ulteriori ΔE lontane da ΔE_0 sono di importanza fondamentale per il fenomeno dell'interazione di un atomo ν_0 con luce estranea ν .

Sull'importanza della quantizzazione non netta hanno richiamato l'attenzione Ehrenfest e Tolman³, e inoltre A. Smekal⁴, e R. Becker⁵ ha nella sua teoria quantistica della dispersione attribuito quantitativamente dei pesi agli stati ulteriori. La differenza tra quelle ricerche e la presente consiste nel fatto che in quelle le singole variazioni di stato di un atomo sono considerate come transizioni nette tra stati non quantici, mentre qui, secondo le I. e II., ogni variazione di stato già di per sè è considerata come un continuo di transizioni nette.

§2. Emissione spontanea. Per descrivere più in dettaglio la serie di transizioni che corrisponde alla riga spettrale non netta di un atomo, rappresentiamo l'emissione spontanea dell'atomo mediante l'oscillazione smorzata

$$\mathcal{E}=0 \text{ per } t<0, \quad \mathcal{E}=\mathcal{E}_0 \exp[2\pi t(i\nu_0 - 1/\tau_0)] \text{ per } t\geq 0, \quad (1)$$

che si può considerare come rappresentante dell'intensità di campo di una emissione di radiazione smorzata reale o virtuale. La riga spettrale non netta (1) è secondo Fourier composta da una serie continua di componenti armoniche pure $e_{\nu} \exp[2\pi i\nu t]$ della forma

³Ehrenfest e Tolman, Phys. Rev. **24**, 287-295 (1924). (Weak Quantization.)

⁴A. Smekal, Zeitschr. f. Phys. **34**, 81 (1925). (Über metastationäre Atom- und Molekülzustände.)

⁵R. Becker, Zeitschr. f. Phys. **27**, 173 (1924). (Über Absorption und Dispersion in Bohrs Quantentheorie.)

$$\mathfrak{E} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{e}_{\nu} \exp[2\pi i \nu t] d\nu ,$$

nella quale le singole ampiezze risultano

$$\mathbf{e}_{\nu} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{E} \exp[-2\pi i \nu t] dt = (1/2\pi) \mathfrak{E}_0 \frac{1}{i(\nu - \nu_0) + 1/\tau_0} . \quad (2)$$

Se inoltre scriviamo \mathbf{e}_{ν} nella forma $|\mathbf{e}_{\nu}| \exp[i\delta_{\nu}]$, l'intensità della singola componente armonica risulta

$$|\mathbf{e}_{\nu}|^2 = (1/4\pi^2) \mathfrak{E}_0^2 \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + 1/\tau_0^2} . \quad (3)$$

Il suo peso relativo g_{ν} è allora uguale a

$$g_{\nu} = (1/\pi) \frac{1/\tau_0}{(\nu - \nu_0)^2 + 1/\tau_0^2} , \quad \text{dove} \quad \int_0^{\infty} g_{\nu} d\nu = 1 . \quad (3')$$

Dal punto di vista della teoria dei quanti la riga spettrale non netta (1) corrisponde secondo la nostra interpretazione ad una serie di transizioni di un atomo, ovvero nel senso consueto ad una serie di transizioni nette ΔE di più atomi, i cui singoli termini partecipano alla serie con dei "pesi", che sono proporzionali alla (3'), quando in essa si sostituiscano ν e ν_0 mediante:

$$\nu = \Delta E/h , \quad \nu_0 = \Delta E_0/h . \quad (4)$$

Hanno peso massimo quelle transizioni ulteriori della serie, che stanno vicino alla transizione principale ΔE_0 che collega due stati quantici E_0^a ed E_0^e determinati dalla teoria dei quanti. I pesi relativi delle transizioni ulteriori sono secondo la (3') essenzialmente determinati da $1/\tau_0$, anche a grande distanza da ν_0 . Nel caso che l'atomo isolato irraggi spontaneamente si deve sostituire a τ_0 il tempo di decadimento classico dello smorzamento radiativo; per smorzamento da urto τ_0 si accorcia considerevolmente, ed inoltre la distribuzione dei pesi (3') risulta distorta.

Sebbene con ciò si ricada nell'ambito della vecchia interpretazione, fissiamo ora la serie di transizioni data dalle (3) e (4) con la seguente rappresentazione. L'atomo possiede oltre alle energie quantiche E_0 come valori principali anche un continuo

di valori ulteriori E . Le stesse differenze ΔJ tra i valori dell'azione, che separano due valori principali E_0^a ed E_0^e , esistono anche sempre tra due altri valori E^a ed E^e del continuo. Possiamo così associare al salto ΔJ un intero continuo di coppie di valori E^a ed E^e , con differenze costanti $\Delta E = E^a - E^e = \Delta E_0 = E_0^a - E_0^e$. Solitamente, quando l'atomo si trova "nello stato E^a ", i valori E^a raggruppati attorno ad E_0^a possono essere attraversati continuamente in modo infinitamente rapido con tempi relativi di permanenza che corrispondono ai loro pesi. Una situazione analoga vale quando l'atomo si trova "nello stato E^e ". Una transizione spontanea ΔJ è ora contraddistinta dal fatto che l'atomo assume contemporaneamente i due valori di una delle coppie E^a ed E^e su descritte e inoltre attraversa in modo infinitamente veloce l'intero continuo delle coppie di valori con permanenze relative che sono misurate dalla (3'). Naturalmente si può vedere in questo nient'altro che un tentativo irrazionale di descrivere la serie di transizioni (3') con concetti della rappresentazione con stati nettamente definiti che qui si vuole abbandonare.

§3. Radiazione indotta. L'effetto di una transizione spontanea dell'atomo A su un atomo B appare per metà statistico, per metà causale. Statistico in quanto la serie di transizioni indotte in B o avviene interamente o non avviene: solo quando vi sono molti atomi B esisterà una certa percentuale di transizioni complete. Causale in quanto la capacità della serie di transizioni A di rendere probabile in B una serie di transizioni diminuisce col tempo ed è essenzialmente limitata al tempo di decadimento τ_0 . Questo tempo è del resto così corto ($\approx 10^{-8}$ sec.), che nella maggior parte dei casi si constata coincidenza tra causa ed effetto.

In particolare possiamo anche pensare l'interazione tra A e B trasmessa da oscillatori virtuali e dalla radiazione virtuale che da essi proviene. Ma mentre Bohr, Kramers e Slater associano ad ogni stato quantico di A un oscillatore ν_0 (cioè un numero discreto di oscillatori armonici $\nu_0, \nu'_0, \nu''_0, \dots$), noi possiamo associare ad ogni transizione ν_0 di A una serie continua di oscillatori armonici virtuali ν con le ampiezze relative date dalla (2); allora l'oscillazione (1) data complessivamente da questi, che comincia al tempo $t=0$, è capace di un'azione fisica

causale quando $t > 0$, mentre un'oscillazione armonica pura ν_0 , che dura da $t = -\infty$ fino a $t = +\infty$, è fisicamente un'assurdità.

Se la su descritta transizione in B avviene realmente, cioè se a seguito della transizione B ha scambiato E^e con E^a , B è diventato una sorgente (virtuale) di onde non nette con il valore principale ν_0 . Ma una tale radiazione secondaria deve uscire da B solo quando B effettua realmente la serie di transizioni descritta, che avverrà o non avverrà in modo per metà causale, per metà statistico (vedi sopra).

Si noti in conclusione che noi attribuiamo al complesso della rappresentazione qui esposta meno valore che alla constatazione dell'alternativa:

O la variazione dello stato di un singolo atomo è associata con l'emissione di una riga spettrale ν_0 matematicamente netta, cioè con coerenza ∞ ; allora la variazione di stato può consistere in un salto tra due stati quantici netti $\Delta E_0 = h\nu_0$, e la radiazione esercita perciò azioni che durano da $t = -\infty$ a $+\infty$, oppure istantanee (teoria dei quanti di luce). Oppure, come è naturale per la corrispondenza con lo smorzamento radiativo classico, ogni singolo atomo emette già una riga spettrale non netta; allora la variazione di stato associata può consistere solo in una serie continua (simultanea) di transizioni⁶, nella quale oltre alla transizione quantica principale $\Delta E_0 = h\nu_0$ si hanno anche quelle transizioni ulteriori $\Delta E = h\nu$ essenzialmente con il peso relativo (3'), che cadono nel "dominio di dispersione" della riga spettrale, cioè in una parte molto al di fuori dalla semilarghezza di riga.

Born e Jordan⁷ hanno dato espressione all'idea che le fasi istantanee dei moti elettronici negli atomi non abbiano posto nelle vere leggi di natura, come quantità in linea di principio inosservabili. Potremmo qui fare un altro passo e sostenere che anche le energie nette di stato degli stati quantici appartengono a queste quantità; allora secondo quanto sopra sarebbero definite e osservabili in linea di principio solo le proprietà delle "serie

⁶Vedi Nota 1, §1.

⁷Born e Jordan, Zeitschr. f. Phys. **33**, 479 (1925).

di stati"; solo formalmente (come gli stati netti con l'assegnazione delle loro fasi istantanee) le si possono visualizzare come una composizione di stati netti, tra i quali lo stato principale e i suoi vicini hanno per certi fenomeni (semilarghezza di riga) un significato particolare, mentre per altri fenomeni (dispersione etc.) anche le componenti più distanti della serie richiedono particolare attenzione. In contrapposizione con altri (l. c.), che considerano il singolo stato principale e i vicini come realizzabili (e osservabili) da soli, noi potremmo invece considerare come "stato" e come "transizione" del singolo atomo già solo la serie di stati e la serie di transizioni, per non cadere (vedi alternativa precedente) nella teoria dei quanti di luce più estrema, che finora ha fallito con il problema dell'interferenza⁸.

⁸Quando per esempio G. Wentzel (Zeitschr. f. Phys. **22**, 193 (1924)) fa il tentativo di "tradurre nel linguaggio della teoria dei quanti" la sovrapposizione ovvero addizione delle energie come una sovrapposizione ovvero addizione delle probabilità con le quali quanti di luce possono andare da Q a P per cammini diversi, questo si deve considerare sbagliato rispetto alla relazione esistente tra gli eventi, che possono essere assai separati temporalmente. Secondo Wentzel si deve avere per esempio in P una banda d'interferenza buia quando i due cammini l_1 ed l_2 , S_1 ed S_2 verso P, possiedono una differenza di cammino $(\lambda/2)ch/2\varepsilon$ e perciò i due non trasportano alcun quanto di luce ε . Si pensi tuttavia di interporre improvvisamente a metà tra P e Q al tempo $t=0$ uno schermo nero che ostruisca il cammino l_1 , ma lasci aperto l_2 , allora Q noterà al più presto qualcosa al tempo $t=l/2c$ e potrà allora cominciare l'emissione di quanti di luce verso P lungo l_2 , di modo che P sarà illuminato al più presto a $t=3l/2c$. In realtà l'illuminazione di P comincerà all'incirca al tempo $t=l/2c$. La teoria di Wentzel contraddice i fatti sperimentali più elementari.