Sulla dissertazione di Friedrich Kottler
"L'ipotesi di equivalenza di Einstein e la gravitazione[1]"[2]

A. Einstein

Tra i lavori che si occupano criticamente della teoria della relatività generale sono particolarmente degni di nota quelli di Kottler, poiché questo collega è realmente entrato nello spirito della teoria. Considererò qui a fondo l'ultimo di questi lavori.

Kottler afferma che nei miei lavori successivi io ho abbandonato il "principio di equivalenza" da me proposto, mediante il quale cercavo di riunire in un unico concetto le idee di "massa inerte" e di "massa gravitazionale". Questa opinione deve discendere dal fatto che noi due non indichiamo come "principio di equivalenza" la stessa cosa; infatti secondo il mio punto di vista la mia teoria si fonda esclusivamente su questo principio. Perciò si ripete quanto segue:

1. Il *caso limite della teoria della relatività speciale.* Una regione spaziotemporale finita sia libera da campi di gravitazione, cioè sia possibile costruire un sistema di riferimento K ("sistema galileiano") rispetto al quale nella regione anzidetta valga quanto segue. Nel modo noto le coordinate siano misurabili direttamente con il regolo unitario, i tempi con l'orologio campione, come si ha cura che sia predisposto nella teoria della relatività speciale. Rispetto a questo sistema un punto materiale isolato si muove di moto rettilineo ed uniforme, come è stato ipotizzato da Galilei.

2. *Principio di equivalenza.* Uscendo da questo caso limite della teoria della relatività speciale ci si può chiedere se nella regione considerata un osservatore che sia uniformemente accelerato rispetto a K debba considerare il suo stato come accelerato, ovvero se con le note leggi di natura (approssimate) gli rimanga possibile un'interpretazione secondo la quale il suo stato si possa indicare come "quiete". Espresso più esattamente: ci consentono le leggi naturali conosciute in una certa approssimazione di trattare come in quiete un sistema di riferimento K' che sia uniformemente accelerato rispetto a K? Oppure, un po' più in generale: si può estendere il principio di relatività anche al caso di sistemi di riferimento accelerati (uniformemente) l'uno rispetto all'altro? La risposta è: per quanto realmente conosciamo le leggi di natura, nulla ci impedisce di considerare il sistema K' come in quiete, purché assumiamo che relativamente a K' si abbia un campo di gravitazione (in prima approssimazione omogeneo); infatti come in un campo di gravitazione omogeneo anche rispetto al nostro sistema K' tutti i corpi indipendentemente dalla loro natura fisica cadono con la stessa accelerazione. L'ipotesi che con tutto rigore si possa trattare K' come a riposo senza che una qualche legge di natura non sia soddisfatta rispetto a K', io la chiamo "principio di equivalenza".

3. *Il campo di gravitazione non è determinato solo cinematicamente.* La considerazione precedente si può anche rovesciare. Il sistema K' predisposto con il campo di gravitazione su considerato sia quello originario. Si può allora introdurre un nuovo sistema di riferimento K, accelerato rispetto a K', rispetto al quale masse (isolate) si muovano di moto rettilineo e uniforme (nella regione considerata). Ma *non* si può andare oltre e dire: se K' è un sistema di riferimento dotato di un campo di gravitazione *arbitrario*, si può sempre trovare un sistema di riferimento K rispetto

[1] Annalen der Physik **50**, 955 (1916).

[2] Über Friedrich Kottlers Abhandlung "Über Einsteins Äquivalentzhypothese und die Gravitation", Annalen der Physik **51**, 639-642 (1916).

al quale masse isolate si muovano di moto rettilineo ed uniforme, cioè rispetto al quale non esista alcun campo di gravitazione. L'assurdità di una tale ipotesi è subito evidente. Se per esempio il campo di gravitazione rispetto a K' è quello di un punto materiale a riposo, questo campo non si può eliminare per trasformazione nell'intero circondario del punto materiale con nessuna trasformazione per quanto ingegnosa. Non si può affatto pretendere di spiegare il campo di gravitazione in modo per così dire puramente cinematico; un' "interpretazione cinematica, non dinamica della gravitazione" non è possibile. Mediante una pura trasformazione con accelerazione da un sistema di Galilei ad un altro impariamo quindi a conoscere non campi di gravitazione *arbitrari*, ma solo quelli di un tipo del tutto particolare, i quali tuttavia devono soddisfare alle stesse leggi di tutti gli altri campi di gravitazione. Questa è solo di nuovo un'altra formulazione del principio di equivalenza (in particolare nella sua applicazione alla gravitazione).

Una teoria della gravitazione infrange quindi il principio di equivalenza nel senso inteso da me solo quando le equazioni della gravitazione non siano soddisfatte in *nessun* sistema di riferimento K' che si muova di moto non uniforme rispetto ad un sistema di riferimento galileiano. Che questo rimprovero non si possa muovere contro la mia teoria con equazioni *generalmente* covarianti è evidente; infatti in questa le equazioni sono soddisfatte rispetto ad un qualsiasi sistema di riferimento. *L'imposizione della covarianza generale delle equazioni comprende quella del principio di equivalenza come un caso del tutto particolare.*

4. Le *forze del campo gravitazionele sono forze "reali"?* Kottler rimprovera che nelle equazioni di moto

$$\frac{d^2x_\nu}{ds^2} + \sum_{\alpha\beta} \left\{ \begin{matrix} \alpha\beta \\ \nu \end{matrix} \right\} \frac{dx_\alpha}{ds}\frac{dx_\beta}{ds} = 0$$

io interpreti il secondo termine come l'espressione dell'azione del campo di gravitazione sul punto materiale, e il primo termine per così dire come l'espressione dell'inerzia galileiana. In tal modo sarebbero introdotte "forze reali del campo di gravitazione", cosa che non corrisponde allo spirito del principio di equivalenza. A ciò rispondo che quell'equazione come un tutto è generalmente covariante, quindi senz'altro conforme all'ipotesi di equivalenza. La denominazione delle parti da me introdotta è in linea di principio priva di significato, e determinata solo dal venire incontro alle nostre abitudini di pensiero in fisica. Questo vale anche in particolare per i concetti

$$\Gamma^\nu_{\alpha\beta} = -\left\{ \begin{matrix} \alpha\beta \\ \nu \end{matrix} \right\}$$

(componenti del campo di gravitazione) e $t_\sigma^{\ \nu}$ (componenti dell'energia del campo di gravitazione). L'introduzione di questa nomenclatura non è necessaria in linea di principio, ma mi pare per lo meno temporaneamente non priva di valore per il mantenimento della continuità di pensiero; perciò ho introdotto queste quantità, sebbene esse non abbiano carattere tensoriale. Il principio di equivalenza è tuttavia sempre soddisfatto, poiché le equazioni sono covarianti.

5. E' vero che io ho dovuto acquisire la covarianza generale delle equazioni mediante l'abbandono della consueta misura del tempo e della misura euclidea dello spazio. Kottler crede che si possa riuscire senza questo sacrificio. Ma già nel caso da lui trattato del sistema K' accelerato nel senso di Born rispetto ad un

sistema galileiano, si deve rinunciare alla consueta misura del tempo. Dal punto di vista della teoria della relatività è quindi assai naturale che si debba abbandonare anche la consueta misura dello spazio. Di questa necessità Kottler si persuaderà sicuramente da sè, quando cercherà di sviluppare in generale il piano teorico che si propone.

Ottobre 1916.

(Ricevuto il 19 ottobre 1916)