

# L'interazione tra conoscenza acquisita, teoria ed esperimento nello sviluppo della fisica dei quanti

Giuseppe Giuliani  
Dipartimento di Fisica “Volta”, Pavia

## 1 Introduzione

Prima di entrare nel merito del tema, è opportuno svolgere alcune considerazioni sul ruolo dell'osservazione sperimentale e dell'esperimento all'interno delle discipline che hanno come scopo una descrizione del mondo che ci circonda o, più modestamente, di insiemi di fenomeni. L'osservabilità dei fenomeni e la possibilità di poter condurre esperimenti in condizioni controllate costituiscono un elemento strutturale delle discipline che pretendono di dire qualcosa sul mondo che ci circonda. Le discipline che hanno potuto fare ampio uso dell'osservazione sperimentale e dell'esperimento hanno non solo mostrato capacità di accrescimento delle conoscenze (considerate come) acquisite,<sup>1</sup> ma hanno anche contribuito allo sviluppo di tecniche con cui intervenire sul mondo che ci circonda; a loro volta, queste tecniche hanno favorito l'ulteriore sviluppo delle conoscenze. L'uso sistematico dell'osservazione sperimentale e dell'esperimento appare pertanto come un ragionevole indicatore della capacità di una determinata disciplina di fare affermazioni attendibili sul mondo che ci circonda. Tuttavia, una volta stabilita la rilevanza dell'osservazione sperimentale e dell'esperimento, si pone il problema del loro ruolo nello sviluppo delle discipline sperimentali e della interazione tra conoscenza acquisita, teoria ed esperimento. E' innanzitutto necessario chiarire un punto: un esperimento viene solitamente concepito e realizzato sulla base e all'interno delle conoscenze (considerate) acquisite che sono costituite da un intreccio inseparabile di teoria ed esperimento; è questa conoscenza acquisita che “suggerisce” quali grandezze sottoporre a misura nel corso dell'esperimento; inoltre, l'adeguatezza degli strumenti usati per effettuare misure di determinate grandezze fisiche è assicurata da teorie ritenute affidabili; infine, i risultati dell'esperimento sono interpretati all'interno di una teoria. Questa a sua volta, si deve confrontare con il complesso di conoscenze considerate acquisite. Sinteticamente: l'esperimento è “impregnato di teoria”. Un esempio illuminante è costituito dalla

---

<sup>1</sup>La “conoscenza acquisita” è costituita da quel complesso di conoscenze che, in ogni stadio di sviluppo di una disciplina, viene considerato come ragionevolmente acquisito.

misura della lunghezza d'onda della luce mediante uno spettroscopio. Quello che osserviamo in realtà sono, per esempio, delle righe su di una lastra fotografica. E' solo perchè siamo guidati dalla teoria ondulatoria della luce che effettuiamo la taratura dello strumento in termini di lunghezza d'onda ed affermiamo quindi di misurare una lunghezza d'onda. Se adottiamo invece una visione “corpuscolare” secondo cui la luce è composta da fotoni e le onde elettromagnetiche descrivono solo il comportamento statistico di queste particelle, dovremmo tarare il nostro strumento in energia ed il risultato delle nostre misure sarebbe costituito dall'energia dei fotoni. I due approcci sono entrambi legittimi; essi non sono tuttavia equivalenti se operiamo una scelta “ontologica”, se intendiamo cioè, oltre che prevedere il risultato di un esperimento, fare anche affermazioni riguardanti il mondo che ci circonda. Se la nostra scelta è corpuscolare,<sup>2</sup> ne consegue che la misura della lunghezza d'onda è quella di una grandezza associata a una entità teorica (l'onda) senza corrispondenza nella realtà fisica.

Prenderemo ora in considerazione alcuni casi di interazione esperimento - teoria - conoscenza acquisita che hanno contraddistinto lo sviluppo della fisica dei quanti. Questi casi serviranno da spunto per alcune riflessioni di carattere generale.

## 2 La radiazione di corpo nero

Nello sviluppo dello studio della radiazione di corpo nero si possono individuare, dal punto di vista dell'interazione tra teoria ed esperimento, quattro periodi: 1860 - 1895, 1895 - 1900, 1900 - 1905, 1905 - 1925. Il primo (1860 - 1895) è caratterizzato da una netta prevalenza dello sviluppo della teoria. Nel biennio 1859 - 1860 Kirchoff imposta il problema, dà la definizione di “corpo nero”, e dimostra che la radiazione da esso emessa non dipende dalla natura del corpo: essa è cioè una “funzione universale”  $f(\nu, T)$  dipendente dalla frequenza e dalla temperatura; dimostra inoltre che la radiazione di corpo nero *“è della stessa qualità e intensità di quella esistente all'interno di una cavità all'equilibrio termico”*. Nel 1879 Stefan, basandosi su dati sperimentali di altri autori, sostiene che l'energia totale emessa da un corpo nero è proporzionale a  $T^4$ . Oggi noi sappiamo che l'inferenza di Stefan fu piuttosto audace, nel senso che i dati a sua disposizione non permettevano di trarre una conclusione sufficientemente fondata.<sup>3</sup> La legge proposta da Stefan viene tuttavia ritenuta

---

<sup>2</sup>Tale scelta dovrebbe essere effettuata sulla base delle conoscenze “acquisite”.

<sup>3</sup>I dati sperimentali ottenuti da Tyndall, sui quali essenzialmente si basava la conclusione di Stefan, provenivano da misure effettuate con fili di platino incandescenti che erano ben lungi dal poter essere considerati dei “corpi neri”.

attendibile: quando nel 1884 Boltzmann si occupa del problema, dimostra inizialmente che l'esistenza di una pressione della radiazione  $p = (1/3)u$  dove  $u$  è la densità di energia all'interno della cavità isoterma, è consistente con la legge di Stefan. Successivamente dimostra che da questa espressione della pressione della radiazione e dal secondo principio della termodinamica segue immediatamente la legge di Stefan. Nel 1893 Wien, combinando, come già aveva fatto Boltzmann, elettromagnetismo e termodinamica, dimostra che la densità di energia della radiazione in una cavità isoterma è data dall'espressione:

$$u(\nu, T) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (1)$$

Questa legge svolgerà un ruolo di fondamentale importanza nello sviluppo successivo dello studio della radiazione di corpo nero. Da allora in poi il problema teorico sarà infatti quello di mettere a punto una deduzione rigorosa dell'espressione della funzione  $f(\nu/T)$  o, più modestamente, di trovarne in qualche modo un'espressione che interpolasse i risultati sperimentali.

Appare quindi evidente, nel periodo 1860 - 1895, il predominio della teoria: questa si sviluppa secondo linee sostanzialmente indipendenti dalle ricerche sperimentali, se si eccettua la deduzione teorica della legge di Stefan da parte di Boltzmann. E' peraltro opportuno sottolineare come la teoria della radiazione di corpo nero, a partire dai contributi di Boltzmann, si sviluppi mediante un uso congiunto di due teorie sorte e sino ad allora applicate in domini diversi: la termodinamica e l'elettromagnetismo. L'uso congiunto di due teorie sviluppate per descrivere insiemi di fenomeni diversi non è, in generale, approblematico: infatti, nel caso in esame, i problemi che sorgeranno condurranno, attraverso un percorso complessso, alla "svolta" di Planck del 1900.

Nel frattempo, si stavano sviluppando alcune tecniche che si sarebbero mostrate essenziali per le ricerche sperimentali sulla radiazione di corpo nero. Nel 1881 l'astrofisico americano Langley metteva a punto il bolometro che, come rivelatore di radiazione, aveva una sensibilità di un ordine di grandezza superiore a quella delle termocoppie sino ad allora usate. Nel 1895 Lummer e Wien costruiscono la prima sorgente di radiazione di corpo nero basata sull'idea della cavità isoterma. Inoltre, verso la fine del secolo, vengono messe a punto varie tecniche di monocromatizzazione della radiazione infrarossa che utilizzano sia reticoli, sia la luce riflessa da varie sostanze in corrispondenza di forti assorbimenti. Questi progressi tecnici permetteranno di raccogliere una messe di dati relativi alla distribuzione spettrale della radiazione di corpo nero sempre più estesa nell'intervallo delle lunghezze d'onda e, tendenzialmente, sempre più accurata. In questa fase, che può essere identificata con il periodo 1895 - 1900, l'interazione esperimento - teoria diventa molto vivace. Nel 1896 Wien suggerisce, sulla base di considerazioni teoriche molto discutibili, che la

legge di distribuzione spettrale della radiazione di corpo nero sia data da:

$$u(\nu, T) = a\nu^3 e^{-b\nu/T} \quad (2)$$

ove  $a$  e  $b$  sono delle costanti. I nuovi risultati sperimentali sembrano confermare la correttezza della (2) al punto tale da indurre Planck, consapevole della debolezza teorica della proposta di Wien, a cercarne una deduzione rigorosa.<sup>4</sup>

Nei primi mesi del 1900 Planck sostiene in termini perentori di avere trovato una deduzione rigorosa della legge di distribuzione proposta da Wien. Tuttavia, i nuovi dati sperimentali ottenuti nel corso dello stesso anno presso l'Istituto Imperiale di Fisica e Tecnica di Berlino, mettono ben presto in crisi la salda convinzione di Planck. Convinto peraltro che l'approccio da lui usato per ricavare la legge di distribuzione spettrale di Wien sia sostanzialmente corretto, si accinge a modificarlo nell'unico punto suscettibile di variazione. Questa era l'espressione usata per l'entropia del risonatore. Dopo vari tentativi, Planck trova che l'espressione:

$$\frac{d^2 S}{d\bar{U}^2} = \frac{\alpha}{\bar{U}(\beta + \bar{U})} \quad (3)$$

che lega l'entropia  $S$  del risonatore alla sua energia vibrazionale media  $\bar{U}$  (con  $\alpha$  e  $\beta$  costanti), se usata al posto di quella utilizzata per ricavare la formula di distribuzione di Wien, conduce alla legge di distribuzione spettrale:

$$u(\nu, T) = \frac{A\nu^3}{e^{B\nu/T} - 1} \quad (4)$$

... che, per quanto si può giudicare al momento, interpola i dati sperimentali sinora pubblicati con la stessa precisione delle migliori equazioni proposte per lo spettro [della radiazione], cioè quelle di Thiesen, Lummer-Jahnke e Lummer-Pringsheim.<sup>5</sup>

La (4) è, simboli a parte, la legge di distribuzione spettrale di Planck. La forma che noi oggi conosciamo viene ottenuta da Planck con un passo successivo, teso a fornire un significato fisico ed un fondamento teorico alla felice interpolazione rappresentata dalla (3). Questo passo sarà, come è noto, di portata storica. Nella memoria presentata alla riunione della Società Tedesca di Fisica del 14

---

<sup>4</sup>L'accordo tra i risultati sperimentali e la formula di Wien (2) era semplicemente dovuta al fatto che i dati sperimentali disponibili riguardavano un intervallo di valori di  $\nu/T$  sufficientemente grandi in cui, come risulterà chiaro in seguito, la formula di Wien costituisce una buona approssimazione.

<sup>5</sup>M. Planck, Dtsch. Phys. Ges. Berlin 2, 202 (1900); trad. inglese in: D. ter Haar, *The old quantum theory*, Oxford 1967, p. 79.

dicembre 1900<sup>6</sup> compare infatti la formula di Planck nella versione oggi nota, includente quindi la costante “universale”  $h$ :<sup>7</sup>

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/KT} - 1} \quad (5)$$

Come si può desumere anche da questa breve ricostruzione, l’interazione tra esperimento e teoria è, in questo periodo, vivace e multiforme. Si passa infatti dal ruolo dell’esperimento quale “conferma” delle previsioni della teoria (legge della distribuzione spettrale di Wien) a quello dell’esperimento che deve essere “spiegato” dalla teoria (deduzione “rigorosa” di Planck della formula di Wien, considerata come formula empirica); c’è, infine, una vistosa forzatura dell’esperimento nei confronti della teoria (“interpolazione ad hoc” di Planck e suo successivo tentativo di fornire una deduzione soddisfacente della sua formula).

Il periodo successivo (1900 - 1905) sarà un periodo di transizione caratterizzato dall’acquisizione di nuovi dati sperimentali e dalla convivenza della formula di Planck con altre formule, anche se, in generale, viene riconosciuto che forse essa meglio interpola i dati sperimentali e/o ha un impianto teorico più soddisfacente. Esso segna, sostanzialmente, la fine dell’interazione creativa tra esperimento e teoria: sarà infatti caratterizzato dall’emergere dei problemi associati alla derivazione della formula di Planck, dalla messa a fuoco delle sue possibili implicazioni, dalla ricerca di una sua deduzione rigorosa. Un ruolo fondamentale sarà svolto da Einstein. Einstein sostiene che per derivare la formula di Planck è necessario assumere che l’energia del risonatore può assumere solo i valori  $nh\nu$  con  $n$  intero e che lo scambio di energia tra i risonatori e la radiazione può avvenire solo per quanti  $nh\nu$ . In altri termini, per Einstein, la formula di Planck implica l’ipotesi dei quanti di luce. Einstein sottolinea inoltre che la quantizzazione dell’energia del risonatore è logicamente incompatibile con la derivazione dell’equazione che costituisce il punto di partenza della deduzione di Planck. Questa equazione:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{U}_\nu \quad (6)$$

che lega la densità di energia della cavità alla energia vibrazionale media dei risonatori, è infatti basata esplicitamente sull’ipotesi di uno scambio di energia continuo tra risonatori e radiazione. La conclusione di Einstein è che, stante così la situazione, l’unica via d’uscita è costituita dall’assunzione della (6) come postulato, in attesa di una sua deduzione che non si fondi sulla teoria

---

<sup>6</sup>M. Planck, *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 2, (1900), 237-245; trad. it. in: M. Planck, “Scienza, filosofia e religione”, Milano, 1973.

<sup>7</sup>La formula che compare nella memoria di Planck è scritta in funzione della lunghezza d’onda.

elettromagnetica. Come è noto, questo risultato sarà acquisito solo nel 1924 da Bose attraverso un procedimento basato sulla trattazione statistica della radiazione, concepita come un insieme di particelle di energia  $h\nu$ , di momento lineare  $h\nu/c$  e dotate di una non meglio specificata “polarizzazione”.<sup>8</sup>

### 3 I quanti di luce

La proposta dei quanti di luce viene probabilmente suggerita, al di là delle motivazioni di carattere generale date da Einstein, dal dubbio che l’interazione radiazione - materia non possa essere descritta all’interno della teoria dell’elettromagnetismo. Come è noto, inizialmente, l’ipotesi riguarda la possibilità che la radiazione consista di quanti di energia  $h\nu$  localizzati nello spazio e propagantisi in linea retta e che lo scambio di energia tra radiazione e materia possa avvenire solo mediante l’assorbimento o l’emissione di questi quanti da parte della materia. Al momento della proposta (1905), i possibili riscontri sperimentali non sono effettivamente disponibili per mancanza di dati. In particolare, per quanto concerne l’effetto fotoelettrico, la equazione prevista da Einstein secondo cui:

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - P \quad (7)$$

(ove al primo membro compare l’energia cinetica degli elettroni emessi e  $P$  è il lavoro di estrazione dell’elettrone) troverà una conferma sperimentale solo nel 1916 per opera di Millikan. Lo sviluppo dell’ipotesi dei quanti di luce sarà pertanto caratterizzata, nella sua lunga fase iniziale (1905 - 1916) dall’assenza di una interazione ravvicinata tra teoria ed esperimento; sarà invece segnata da un confronto diretto tra la nuova ipotesi e la conoscenza acquisita e dalla comprensibile e netta prevalenza di quest’ultima. L’incompatibilità della nuova ipotesi con la teoria ondulatoria della radiazione indurrà infatti la comunità dei fisici a rifiutarla. Tale rifiuto persisterà anche dopo la conferma sperimentale dell’equazione (7). Emblematica (anche se espressa in termini particolarmente duri) è, a questo proposito, la posizione di Millikan che, dopo avere dimostrato che tutte le implicazioni sperimentali della (7) sono verificate, continua a definire l’ipotesi dei quanti di luce come “*audace, per non dire incauta* [reckless]”, precisando poi che:

Questa ipotesi può ben essere definita incauta innanzitutto perchè una perturbazione elettromagnetica che rimane localizzata nello

---

<sup>8</sup>Questa polarizzazione viene supposta da Bose per poter ottenere correttamente il termine  $8\pi\nu^2/c^3$  che compare al secondo membro della (6). Senza il fattore 2 introdotto “ad hoc” e dovuto alla non meglio specificata polarizzazione, si otterrebbe, nella formula precedente, un 4 al posto di un 8. Il significato fisico di questa polarizzazione sarà chiarito negli anni successivi: si tratta del momento angolare associato ai fotoni

spazio appare come una violazione del concetto stesso di perturbazione elettromagnetica, e secondariamente perchè contrasta apertamente [flies in the face of] con i ben stabiliti fatti dell'interferenza.<sup>9</sup>

In quello stesso periodo Einstein arricchisce in modo sostanziale la sua ipotesi originaria riuscendo anche a collegarla, per la prima volta, a teorie acquisite. Einstein infatti presenta, in una serie di articoli, una nuova derivazione della formula di Planck basata, essenzialmente, sulla sola ipotesi che i livelli di energia di un atomo o di una molecola siano quantizzati. Dimostra poi che, se all'interno di una cavità isoterma molecole e radiazione sono in equilibrio termico, allora, allo scambio di un quanto di energia  $h\nu$  è associato anche uno scambio di quantità di moto pari a  $h\nu/c$ .<sup>10</sup>

Il passo successivo si ha nel 1923, quando Compton, dopo diversi vani tentativi di spiegare la diffusione dei raggi X con aumento della lunghezza d'onda sulla base della teoria elettromagnetica, ne propone una interpretazione quantistica basata sull'urto relativistico di due particelle: l'elettrone e il quanto di luce. Scrive Compton:

Questo notevole accordo tra le nostre formule e gli esperimenti può lasciare solo piccoli dubbi [sul fatto] che la diffusione dei raggi X sia un fenomeno quantistico. ... La presente teoria si basa essenzialmente sull'assunzione che ogni elettrone che è efficace nella diffusione diffonda un intero quanto. Essa implica anche l'ipotesi che i quanti della radiazione sono ricevuti da direzioni definite e sono diffusi in direzioni definite. Il supporto sperimentale della teoria indica in modo molto convincente che un quanto di radiazione trasporta con sè una quantità di moto direzionale oltre che energia.<sup>11</sup>

Secondo le ricostruzioni storiche correnti, la pubblicazione dell'articolo di Compton rappresenta un momento di svolta nella storia dei quanti di luce. E' tuttavia probabile che queste ricostruzioni storiche tendano ad accentuarne il ruolo. Senza dubbio l'articolo di Compton ebbe un impatto rilevante sulla comunità dei fisici. Tuttavia, esso seguiva quello di Millikan sulla verifica dell'equazione di Einstein dell'effetto fotoelettrico del 1916 e precedeva di poco quello di Bose del 1924, contenente una nuova deduzione della formula di Planck, sostanzialmente rigorosa, basata sulla trattazione della radiazione all'equilibrio termico

---

<sup>9</sup>R.A. Millikan, *Physical Review*, 7, 355 - 388 (1916), p. 355.

<sup>10</sup>In realtà Einstein dimostra che lo scambio di quantità di moto è condizione sufficiente affinché le molecole continuino ad avere una distribuzione di velocità maxwelliana. Manca la dimostrazione della necessità di tale scambio.

<sup>11</sup>A.H. Compton, *Physical Review* 21, 483 - 502 (1923), p. 501.

in una cavità pensata come composta da quanti di luce dotati di energia e quantità di moto.<sup>12</sup> Alla fine del 1924 l'ipotesi dei quanti di luce, dotati di energia e quantità di moto, era quindi in grado di spiegare, in modo sorprendentemente semplice, fenomeni quali l'effetto fotoelettrico e l'effetto Compton che a lungo avevano resistito a interpretazioni di natura classica, nonchè, come aveva mostrato Bose, la distribuzione spettrale della radiazione di corpo nero. E' quindi verosimile che sia stato l'insieme di questi elementi (e non solo od anche precipuamente l'articolo di Compton) ad iniziare ad indurre un sostanziale mutamento di atteggiamento della comunità dei fisici nei confronti dei quanti di luce.

## 4 Il modello dell'atomo di idrogeno di Bohr e Sommerfeld

Come è noto il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno ha rappresentato un punto di svolta nello sviluppo della fisica dei quanti e nella comprensione dei meccanismi di emissione e di assorbimento della radiazione da parte degli atomi. Al momento dell'elaborazione del modello erano note le serie di righe di Balmer (nel visibile) e di Paschen (nel vicino infrarosso). Era inoltre noto che, se osservate con risoluzione sufficiente, le righe della serie di Balmer erano in realtà costituite da due righe vicine. Inoltre, altre serie di righe (dette di Pickering e Fowler) erano attribuite all'idrogeno. Ora Bohr mette in evidenza che il suo modello, tra l'altro:

- a) permette di calcolare le righe osservate della serie di Balmer e di Paschen e di prevedere l'esistenza di una serie nell'ultravioletto, nonchè di altre serie (in teoria infinite) nell'infrarosso;
- b) permette di attribuire le serie di Pickering e Fowler all'atomo di elio ionizzato.

Osserviamo subito che Bohr non cita nel suo articolo il fatto noto dello sdoppiamento delle righe della serie di Balmer.<sup>13</sup> E' evidente, anche dai lavori successivi di Bohr, come egli considerasse la questione dello sdoppiamento delle righe come un problema da affrontare a livello di ulteriore sviluppo della teoria. E' tuttavia altrettanto chiaro che, metodologicamente, un accenno al problema sarebbe stato opportuno, soprattutto per il fatto che la discrepanza tra teoria ed esperimento era di carattere qualitativo (due righe invece di una).

Prescindendo dalla questione dei doppietti, la teoria di Bohr dell'atomo di idrogeno fungeva da spiegazione delle serie sinora osservate e svolgeva una

---

<sup>12</sup>Si veda, in questo volume, l'articolo: "Il ruolo della radiazione di corpo nero nello sviluppo della fisica dei quanti".

<sup>13</sup>N. Bohr, *Philosophical Magazine* 26, 1 - 25 (1913).

funzione predittiva per quanto concerne le serie non ancora osservate e le serie di Fowler e Pickering in quanto attribuite allo ione  $He^+$ . La scoperta delle serie dell'idrogeno previste da Bohr e la definitiva attribuzione delle serie di Fowler e Pickering allo ione  $He^+$  svolsero quindi il ruolo di convincente supporto sperimentale della teoria di Bohr.

L'interazione con l'esperimento di Franck e Hertz fu molto più articolata. I due autori interpretarono infatti i loro risultati sperimentali all'interno di un contesto teorico che, pur includendo alcune idee quantistiche, prescindeva dal modello di Bohr. In particolare essi erano ancora legati all'idea che il meccanismo di assorbimento e di emissione della radiazione da parte della materia fosse centrato sulla capacità degli elettroni in essa contenuti di emettere o assorbire radiazioni la cui frequenza coincidesse con la loro propria frequenza di vibrazione. La conseguenza fu che Franck e Hertz interpretarono la emissione della riga a  $2536 \text{ \AA}$  del mercurio in corrispondenza al valore di  $4,9 \text{ V}$  del potenziale acceleratore nel seguente modo: lo scambio di energia tra elettroni accelerati e atomi avviene solo quando l'energia cinetica degli elettroni (uguale a  $4.9 \text{ eV}$ ) diventa uguale a  $h\nu$  ove  $\nu$  è la frequenza di vibrazione propria dell'elettrone appartenente all'atomo; l'energia ceduta all'elettrone dell'atomo viene utilizzata per ionizzare l'atomo o per emettere radiazione di frequenza  $\nu$ . Bohr intervenne osservando che i risultati di Franck e Hertz andavano invece considerati come una ulteriore conferma della sua teoria. Secondo Bohr, il potenziale di  $4.9 \text{ V}$  non corrispondeva quindi al potenziale di ionizzazione del mercurio (come invece sostenevano Franck e Hertz), ma ad una transizione tra lo stato fondamentale dell'atomo ed un suo stato eccitato. Frank e Hertz, convinti di aver osservato la ionizzazione degli atomi di mercurio, mantennero la loro interpretazione sino al 1919.

La questione della struttura a doppietti delle righe di emissione dell'idrogeno fu affrontata da Sommerfeld. Inizialmente Sommerfeld tentò di ottenere una suddivisione degli stati stazionari previsti dalla teoria di Bohr imponendo condizioni di quantizzazione del tipo

$$\int p_k dq_k = n_k h \quad (8)$$

(ove  $p_k$  e  $q_k$  sono due variabili coniugate) sulle due variabili spaziali di un'orbita ellittica descritta in coordinate polari. Il risultato fu deludente: gli stati stazionari risultavano dipendere solo dalla somma dei due numeri quantici introdotti; essi coincidevano quindi con quelli già ottenuti da Bohr. Sommerfeld introdusse allora una terza condizione di quantizzazione: quella relativa all'orientazione nello spazio dell'orbita ellittica. Anche in questo caso, tuttavia, gli stati stazionari non differivano da quelli ottenuti da Bohr.<sup>14</sup> A questo punto Sommerfeld

---

<sup>14</sup>Il fallimento dei tentativi di Sommerfeld avrebbe potuto essere previsto sulla base del fat-

introdusse nella trattazione la correzione relativistica della massa, ottenendo così che ogni originario stato stazionario (di Bohr) venisse suddiviso in  $n$  stati stazionari, se  $n$  è il suo numero quantico principale. I risultati ottenuti, congiuntamente ad una regola di selezione empirica risultarono in ottimo accordo con i risultati sperimentali ottenuti per l'idrogeno e per l'elio ionizzato.<sup>15</sup> Questo accordo fu naturalmente considerato come una ulteriore conferma della validità dell'approccio quantistico; esso fu inoltre considerato come una conferma sperimentale indiretta della variabilità relativistica della massa. In realtà la teoria di Sommerfeld dell'atomo di idrogeno è un esempio significativo di teoria sbagliata che è in accordo con l'esperimento.<sup>16</sup> Infatti, la formula ottenuta da Sommerfeld per i livelli dell'atomo di idrogeno, è formalmente identica a quella che otterrà Dirac all'interno della teoria quantistica e relativistica dell'elettrone. La formula ottenuta da Dirac è:

$$E = -\frac{\mu e^4}{2\hbar^2 n^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2}{n} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right] \quad (9)$$

dove  $\mu$  è la massa ridotta dell'elettrone;  $n$  il numero quantico principale e  $j = l + s$ ;  $\alpha = e^2/\hbar c$  è la cosiddetta costante di struttura fine. Quella ottenuta da Sommerfeld ha  $n_\theta$ , al posto di  $j + \frac{1}{2}$  ( $n_\theta$  è il numero quantico associato alla quantizzazione del momento angolare); sia  $j + \frac{1}{2}$  che  $n_\theta$  possono assumere i valori interi compresi tra 1 e  $n$ . La differenza tra le due formule consiste nel fatto che, secondo Dirac, molti livelli sono due volte degeneri in quanto ci possono essere due valori di  $l$  che corrispondono allo stesso valore di  $j$  e, quindi, alla stessa energia. Tuttavia, dal punto di vista dell'osservazione sperimentale, le due formule sono equivalenti.

---

to che l'energia di un'orbita ellittica di una particella in un potenziale coulombiano dipende solo dall'asse maggiore dell'ellissi e che detta energia è inoltre indipendente dall'orientazione dell'ellissi nello spazio, se questo è isotropo.

<sup>15</sup>La regola era che fossero possibili solo quelle transizioni per cui  $\Delta n_\theta = \pm 1$ , dove  $n_\theta$  è il numero quantico associato alla quantizzazione del momento angolare.

<sup>16</sup>Questo è un punto di rilevante interesse epistemologico. Sebbene non sia qui possibile discuterlo in modo approfondito, è opportuno svolgere qualche considerazione. Incominciamo con l'osservare che è possibile concepire l'esistenza di diverse teorie che "si raccordano" allo stesso insieme di dati sperimentali. Tali teorie possono o non possono essere equivalenti dal punto di vista delle predizioni sperimentalmente verificabili. Nel caso di equivalenza (nel senso specificato), la scelta (o la preferenza) di una teoria, se effettuata, avviene sulla base di criteri diversi da quelli dell'accordo con l'esperimento. L'accordo con l'esperimento è peraltro una condizione necessaria perchè una teoria non venga, prima o poi, messa in discussione. D'altra parte l'accordo con l'esperimento non assicura in alcun caso la completa affidabilità di una teoria.

## 5 Alcuni commenti

I casi presi in considerazione hanno messo in luce la complessità del rapporto tra conoscenza acquisita, teoria ed esperimento. Tale rapporto è multiforme e sfugge a qualunque tentativo di catalogazione o inquadramento epistemologico rigido. Essi hanno anche mostrato come le teorie in fase di sviluppo siano ben lungi dal soddisfare alcuni requisiti epistemologici che solitamente sono caratteristici delle teorie “acquisite”. Tra questi riveste particolare interesse, per due dei tre casi che abbiamo discusso, quello della coerenza interna. Infatti, sia la teoria di Planck che quella di Bohr presentano problemi di (o connessi alla) coerenza interna.

I problemi presentati dalla teoria di Planck sono quelli messi in luce da Einstein e relativi all’uso dell’equazione (6) congiuntamente all’ipotesi che i livelli di energia dei risonatori siano quantizzati. La proposta di Einstein di assumere la (6) come postulato, in attesa di una sua deduzione indipendente dalla teoria elettromagnetica, risolve infatti il problema solo formalmente. Il fatto che la deduzione della (6) attraverso la teoria elettromagnetica sia incompatibile con la quantizzazione dei livelli di energia dei risonatori comporta infatti che non sia valida l’ipotesi della quantizzazione dei livelli di energia oppure che non sia valida la teoria elettromagnetica, nella formulazione e con l’interpretazione allora usate. Gli sviluppi successivi mostreranno che la teoria elettromagnetica deve essere modificata e reinterpretata in modo da poter incorporare il concetto di fotone; inoltre, il suo dominio di applicazione deve essere circoscritto.

La teoria dell’atomo di idrogeno di Bohr presenta, apparentemente, analoghi problemi di coerenza interna. L’insieme dei suoi postulati è infatti caratterizzato da un uso parziale della teoria elettromagnetica, congiuntamente a ipotesi incompatibili con quella parte della teoria elettromagnetica che è sostituita dalle ipotesi quantistiche.<sup>17</sup> Anche qui l’incoerenza viene superata da un punto di vista formale, assumendo che solo alcune parti della teoria elettromagnetica sono applicabili ai sistemi atomici. Bohr risolve cioè i problemi di coerenza interna della sua teoria aprendo problemi di validità e di dominio di applicazione della teoria elettromagnetica. In entrambi i casi quindi i problemi aperti dai nuovi sviluppi vengono riversati sulla conoscenza acquisita: è questo, in generale, un sintomo della inadeguatezza dell’insieme delle conoscenze acquisite.

---

<sup>17</sup>Tali ipotesi sono, come è noto: l’elettrone in un’orbita stazionaria non irraggia; nel passaggio da uno stato stazionario ad un altro viene emessa una radiazione di frequenza uguale a  $(E_n - E_m)/h$ .