

Questa rubrica si propone di stimolare la riflessione sul tipo di conoscenza prodotta dalla fisica e di porre in evidenza termini e concetti che costituiscono punti nodali per l'apprendimento della disciplina. L'approccio storico - critico, così come quello didattico, non hanno alcuna pretesa di essere esaustivi.

Legge di Coulomb. Data una coppia di cariche puntiformi, la legge esprime la forza che ognuna di esse esercita sull'altra:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

È diffusa l'opinione che essa sia stata *stabilita* sperimentalmente da Charles Augustin Coulomb (1736-1806). In realtà, Coulomb eseguì poche misure che potevano, di per sé, solo *suggerire* la legge in questione [1] ⁽¹⁾ ⁽²⁾.

La misura di ogni grandezza fisica è limitata dalla sensibilità degli strumenti di misura e segnata da un margine di errore: pertanto, non si potrà mai affermare che, sperimentalmente, il coefficiente che compare nella legge di Coulomb è esattamente 2. I dati sperimentali possono solo rendere più o meno plausibile questo valore del coefficiente.

⁽¹⁾ Coulomb misurò — con una bilancia di torsione appositamente progettata e costruita — la dipendenza della forza tra due sfere cariche dalla loro distanza. Non fece invece alcuna misura sulla dipendenza della forza dalla carica delle sfere. In tempi recenti, sono state ripetute misure “alla Coulomb”; per una discussione critica di queste, si veda il lavoro di Fregonese [3].

⁽²⁾ Prima di Coulomb, la legge dell'inverso del quadrato per cariche elettriche era stata indagata sperimentalmente da Robison e Cavendish; Robison e Cavendish non pubblicarono però i loro risultati che comparvero solo nel 1801 (Robison) e 1879 (Cavendish). Per una ricostruzione storica di queste vicende si veda il libro di Heilbron [4].

In fisica, l'acquisizione di nuove conoscenze è sovente avvenuta grazie a ricerche sperimentali che hanno *suggerito* come *scrivere* leggi in forma matematica. Tuttavia, ciò non toglie che l'affermazione della validità di quelle leggi equivale, per ognuna di esse, alla assunzione di un (nuovo) postulato. Se si trascura questo aspetto, si introduce una distorsione nella rappresentazione del rapporto tra esperimento e teoria nella fisica e, più in generale, nella scienza. La storia dell'elettromagnetismo, è, da questo punto di vista, particolarmente significativa. Nell'Ottocento, dopo decenni di lavori sperimentali (con relativa *scrittura* di leggi) e formulazioni teoriche parziali, il contributo di Maxwell segna un'inversione di tendenza: le sue quattro equazioni (→ Maxwell, teoria di) permettono una descrizione dei fenomeni elettromagnetici basata su un procedimento ipotetico - deduttivo. Di questa possibilità, si fa sostenitore Heinrich Hertz che scrive [5]:

Queste asserzioni [equazioni] formano, per quanto concerne l'Etere, la parte essenziale della teoria di Maxwell. Maxwell arrivò ad esse partendo dall'idea di azione-a-distanza e attribuendo all'Etere le proprietà di un mezzo dielettrico altamente polarizzabile. Possiamo pervenire ad esse in altri modi. Ma in nessun modo una prova

diretta di queste equazioni può essere dedotta dall'esperienza. Appare pertanto più logico guardare ad esse indipendentemente dal modo in cui sono state ottenute, considerandole come assunzioni ipotetiche e lasciando dipendere la loro probabilità dal grandissimo numero di leggi naturali che esse abbracciano.

A proposito della legge di Coulomb, Maxwell scrive [6]:

Il fatto che la forza tra corpi elettrizzati dipenda inversamente dal quadrato della distanza può essere considerato stabilito dagli esperimenti diretti di Coulomb con la bilancia di torsione. Tuttavia, i risultati ottenuti con questi esperimenti debbono essere considerati come affetti da un errore dipendente dal probabile errore di ogni esperimento; a meno che l'abilità dell'operatore sia molto grande, l'errore probabile di un esperimento con la bilancia di torsione è considerevole.

Una verifica di gran lunga più accurata della legge della forza può essere dedotta da un esperimento simile a quello descritto all'art. 32 (Esp. VII).

L'esperimento cui Maxwell si riferisce era stato eseguito nel 1773 da Cavendish [7]. Maxwell lo ripeté introducendo alcune modifiche [8]. Si hanno due sfere conduttrici concentriche connesse da un filo conduttore. Si carica la sfera esterna; si toglie il collegamento tra le due sfere; si toglie la sfera esterna e la si scarica (Cavendish) [o (Maxwell) si scarica a terra la sfera esterna mantenendola collegata alla terra]; si controlla la carica del-

la sfera interna ⁽³⁾. La descrizione teorica dell'esperimento si basa sui seguenti punti:

- (a) I punti di un conduttore in equilibrio elettrico si trovano allo stesso potenziale.
- (b) Vale la legge dell'inverso del quadrato della distanza.

Da (a) segue: il campo elettrico all'interno di un conduttore in equilibrio elettrico è nullo (c). Da (b) segue il teorema di Gauss (d). Infine, da (c) e (d) segue che la sfera interna è priva di carica. Il risultato dell'esperimento indica che la sfera interna è priva di carica, *nei limiti di sensibilità dello strumento*. Sia Cavendish che Maxwell si pongono quindi il problema di valutare il coefficiente q della formula

$$F \approx \frac{1}{r^{(2 \pm q)}}$$

sulla base della sensibilità dello strumento usato. Cavendish ottiene $q \leq 2 \times 10^{-2}$; Maxwell ottiene invece $q \leq 1/21600 \approx 4.6 \times 10^{-5}$.

Misure tecnologicamente più sofisticate, ma concettualmente dello stesso tipo, sono state compiute in tempi più recenti; per una rassegna critica di queste, si veda il lavoro di Liang-Cheng e Jun Luo [9]: il valore di q è stato così ridotto a circa 10^{-17} .

A partire dagli anni venti del XX secolo, si è sviluppata una serie di studi basati sull'ipotesi che il fotone abbia massa diversa da zero. L'idea originaria si trova nei lavori di Emden [10] e De Broglie [11]. Tuttavia, è stato quest'ultimo a sviluppare in modo sistematico alcune conseguenze dell'ipotesi della massa non nulla

⁽³⁾ Per i necessari e importanti accorgimenti sperimentali, si rimanda ai lavori citati.

del fotone ⁽⁴⁾. Successivamente, l'idea è stata formalizzata, a partire dai lavori di Proca [12] [13], individuando un sistema di equazioni alternative a quelle di Maxwell e che si riducono ad esse se la massa del fotone è nulla. Queste equazioni, note come equazioni di Proca, sono:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} - \mu_\gamma^2 \varphi, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) - \mu_\gamma^2 \vec{A}, \end{aligned}$$

dove φ e $\vec{A}$ sono i potenziali scalare e vettore, e la quantità $\mu_\gamma^{-1} = \hbar/(m_\gamma c)$, con m_γ massa del fotone, è una lunghezza caratteristica. Le relazioni che legano i potenziali ai campi sono quelle delle equazioni di Maxwell, così come quella che lega i potenziali tra di loro (condizione di Lorentz). Le equazioni di Proca sono invarianti per trasformazioni di Lorentz, come si può verificare, "a vista", scrivendole in funzione dei potenziali in notazione quadridimensionale. Due conseguenze osservative delle equazioni di Proca, diverse da quelle di Maxwell, sono ⁽⁵⁾:

- 1) La velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto dipende dalla loro frequenza. Indicata con c la velocità limite che compare nelle trasformazioni di Lorentz e con $v(\nu)$

la velocità dell'onda di frequenza ν , $v(\nu) \rightarrow c$ per $\nu \rightarrow \infty$. Misurando la velocità di propagazione di due onde con frequenza diversa, è possibile fissare un limite superiore per la massa del fotone, nell'ipotesi che questa sia diversa da zero e più piccola di quanto sperimentalmente osservabile.

- 2) Il campo elettrico dovuto ad una carica puntiforme in quiete risulta

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\mu_\gamma}{r} \right) e^{-\mu_\gamma r}.$$

Questa equazione mostra come, nella teoria di Proca, la deviazione dalla legge dell'inverso del quadrato della distanza sia legata alla massa non nulla del fotone. Secondo questa teoria, deviazioni da questa legge sarebbero quantitativamente significative a distanze r dalla carica che genera il campo dell'ordine di μ_γ^{-1} .

Per distanze sub-atomiche, si debbono ricordare i risultati ricavati da esperimenti di collisione tra particelle. Il primo di questi risale ai lavori di Rutherford e collaboratori sulla diffusione di particelle α da parte dei nuclei di sottili strati metallici [15]: la legge di Coulomb, supposta valida nella descrizione teorica dell'esperimento, risulta verificata sino a distanze dell'ordine di 10^{-13} m; le deviazioni osservate a distanze inferiori sono attribuite alla distribuzione non uniforme della carica nei nuclei. Lavori più recenti, relativi alla collisione elettrone-protone, abbassano questo limite a 10^{-15} m [16]. Se si tiene conto anche dei risultati derivati dalle misure tendenti a verificare deviazioni dalla legge dell'inverso del quadrato a grandi distanze, si può concludere che, nei limiti di sensibilità degli strumenti usati, non sono state trovate de-

⁽⁴⁾ In particolare, è interessante ricordare che l'idea di De Broglie di associare un'onda ad ogni particella materiale nasce da una stretta analogia tra il fotone, dotato di massa (seppur piccola), ed una particella materiale.

⁽⁵⁾ Per un'analisi dettagliata delle conseguenze osservative delle equazioni di Proca si veda, ad esempio, il lavoro di Byrne [14].

viazioni dalla legge di Coulomb all'interno di una scala di distanze che, partendo da $\approx 10^{-15} m$, si estende su 26 ordini di grandezza [17]. (g.g.)

Bibliografia

- [1] COULOMB C. H. A., *Mémoires de L'Académie Royale des Sciences*, (1785) 569-577. Tutte le memorie di Coulomb si trovano in rete all'indirizzo: <http://cnum.cnam.fr/fSYN/8CA121-1.html>
- [2] GALDABINI S., ROSSI O., *De' curiosi esperimenti* (La Goliardica Pavese, Pavia) 1988.
- [3] FREGONESE L., *Atti del XIII Congresso Nazionale di Storia della Fisica* (Conte, Lecce) 1995, pp. 93-120.
- [4] HEILBRON J., *Electricity in the 17th & 18th Centuries* (University of California Press, Berkeley) 1979.
- [5] HERTZ H., *Electric waves* (Dover Publications, New York) 1962, p. 138. Ristampa della prima traduzione inglese (1893) dell'edizione originale tedesca (1892).
- [6] MAXWELL J. C., *A Treatise on Electricity and Magnetism*, third edition, vol. I (Dover Publications, New York) 1954, p. 80.
- [7] CAVENDISH H., *The Electrical Researches of the Honourable Henry Cavendish*, edited by J. C. Maxwell (Cambridge University Press, Cambridge) 1879, pp. 104-113.
- [8] Rif. [6] pp. 80-87.
- [9] LIANG-CHENG TU, JUN LUO, *Metrologia*, **41** (2004) S136-S146.
- [10] EMDEN R., *Phys. Zeit.*, **22** (1921) 513-517.
- [11] DE BROGLIE L., *J. Phys. et le Radium*, **3** (1922) 422-428.
- [12] PROCA A., *J. Phys. et le Radium*, **7** (1936) 347-353.
- [13] PROCA A., *J. Phys. et le Radium*, **8** (1937) 23-28.
- [14] BYRNE J. C., *Astrophys. Space Sci.*, **46** (1977) 115-132.
- [15] RUTHERFORD E., *Philos. Mag.*, **27** (1911) 488-498.
- [16] BRETON V., et al., *Phys. Rev. Lett.*, **66** (1991) 572-575.
- [17] Rif. [9], p. S143.

Teoria di Maxwell. Nella accezione corrente, la teoria di Maxwell è costituita dalle quattro equazioni di Maxwell per il vuoto

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

e dall'equazione

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

che esprime la forza esercitata da un campo elettromagnetico su di una carica puntiforme (forza di Lorentz). Queste cinque equazioni permettono di descrivere tutti i fenomeni elettromagnetici nel vuoto e, con l'aggiunta di ulteriori postulati, anche i fenomeni elettromagnetici nei mezzi materiali.

A proposito della teoria di Maxwell, costituita solo dalle sue quattro equazioni, Hertz scriveva:

Alla domanda, "Che cosa è la teoria di Maxwell?", io non so rispondere in modo più conciso o più preciso che dicendo: "La teoria di Maxwell è il sistema di equazioni di Maxwell". Ogni teoria che conduce allo stesso sistema di equazioni, e pertanto include gli stessi possibili fenomeni, verrà da me considerata come una forma od un caso particolare della teoria di Maxwell; ogni teoria che conduce ad equazioni diverse, e pertanto a possibili fenomeni diversi, è una teoria diversa [1].

La frase "e pertanto include gli stessi possibili fenomeni" è essenziale: essa precisa, indirettamente, che la teoria di Maxwell è

il sistema di equazioni di Maxwell “interpretato”. Il problema dunque si sposta sul significato del termine “interpretato”. Dei varî possibili significati, ci soffermiamo su quello necessario affinché un sistema di equazioni possa essere definito una “teoria fisica”:

Interpretare un sistema di equazioni significa indicare quali sono le procedure necessarie per misurare almeno alcune grandezze fisiche che compaiono nelle equazioni e, quindi, permettere il confronto tra le predizioni ricavabili dal sistema di equazioni e l'esperimento.

Esiste, tuttavia, almeno un livello di interpretazione distinto da quello “minimo” sopra indicato. Esso si avvale di una immagine del Mondo e svolge una funzione euristica fondamentale. Ferraris osservava che, da un punto di vista matematico, date le “sorgenti” ρ (densità di carica) e $\vec{J}$ (densità di corrente), si ricavano i campi $\vec{E}$ e $\vec{B}$; oppure, dati i campi, si ricavano le “sorgenti” [2]. Da un punto di vista fisico le due alternative sono, tuttavia, profondamente diverse. Hertz e Ferraris, nel contesto delle loro conoscenze, pensavano che le entità teoriche (ontologicamente) fondamentali fossero i campi mentre le cariche e le correnti fossero entità teoriche secondarie. Nel descrivere la fisica del condensatore, Hertz scriveva infatti:

Piuttosto, concepiamo ora le polarizzazioni come le sole cose che sono realmente presenti ⁽¹⁾; esse sono la causa dei movimenti dei corpi ponderabili, e di tutti i fenomeni che permettono la nostra perce-

zione dei cambiamenti di questi corpi. La spiegazione della natura delle polarizzazioni, delle loro relazioni e dei loro effetti, noi le attribuiamo a, o cerchiamo di trovarle sulla base di, ipotesi meccaniche; ma ci rifiutiamo di riconoscere nelle elettricità e nelle forze-a-distanza una spiegazione soddisfacente di queste relazioni e di questi effetti. Le espressioni elettricità, magnetismo, ecc., hanno, d'ora innanzi, solo il valore di una abbreviazione.

Naturalmente, questa interpretazione delle equazioni di Maxwell si basa su scelte ontologiche. Nel caso di Hertz, sono considerate come esistenti nel Mondo le *polarizzazioni* del mezzo materiale (o dell'Etere). Secondo questa concezione, le cariche delle armature del condensatore sono “prodotte” dalle polarizzazioni del mezzo (od Etere) contenuto tra le armature. La nostra concezione dell'elettromagnetismo classico, dovuta a Lorentz, prevede invece che i campi siano “prodotti” dalle cariche elettriche. Peraltro, il fatto che siano le cariche a “produrre” i campi e non viceversa, ha assunto con i potenziali ritardati di Liénard e Wiechert, la caratteristica di una teoria fisica con predizioni verificabili sperimentalmente.

La teoria di Maxwell è stata sviluppata in un contesto caratterizzato da un'immagine del Mondo in cui l'Etere svolgeva un ruolo fondamentale. Maxwell stesso aveva scritto la voce *Etere* per la nona edizione dell'*Enciclopedia Britannica* (1875-1889) [3]. Come abbiamo visto, il campo elettromagnetico era concepito come una deformazione meccanica dell'Etere; Maxwell, inoltre, non possedeva un modello definito di elettricità o di corrente elettrica. Scriveva Maxwell:

La corrente elettrica non può essere

(1) Corsivo aggiunto.

concepita se non come un fenomeno cinetico. [...] Gli effetti della corrente, come l'elettrolisi e il trasferimento di elettricità da un corpo ad un altro, sono tutte azioni progressive che richiedono tempo per essere compiute, e sono pertanto della natura dei moti. Per quanto riguarda la velocità della corrente, essa potrebbe essere dell'ordine di un decimo di pollice all'ora o di un centinaio di miglia al secondo ⁽²⁾. Siamo così lontani dal conoscere il suo valore assoluto che non sappiamo neppure se ciò che chiamiamo direzione positiva è la vera direzione del moto o la direzione contraria [5].

È quindi sorprendente che, ciò nonostante, la teoria di Maxwell sia sopravvissuta all'abbandono dell'Etere, alla nascita della teoria della relatività e al risorgere della descrizione corpuscolare della luce. La ragione principale risiede nel fatto che, come sosteneva Hertz, la "teoria di Maxwell è il sistema di equazioni di Maxwell". Queste, *re-interpretate* alla luce dell'espressione della forza di Lorentz, sopravvivono alla "scomparsa" dell'Etere. La nascita della teoria della relatività non ha posto problemi alla teoria di Maxwell per il semplice fatto che essa è una teoria relativistica: le sue equazioni, scritte in funzione dei potenziali ed usando il formalismo spazio-temporale, sono invarianti, "a vista", per trasformazioni di Lorentz [6] ⁽³⁾. Anzi, la teoria di Maxwell è stata un punto di riferimento per

la nascita della teoria della relatività attraverso il postulato einsteiniano secondo cui "la luce nello spazio vuoto si propaga sempre con una velocità determinata c , indipendente dallo stato di moto dei corpi emittenti" [7]. In modo indiretto, la teoria di Maxwell è quindi stata la causa delle necessarie modificazioni che si sono dovute apportare alla dinamica newtoniana per trasformarla nella dinamica relativistica, invariante per trasformazioni di Lorentz. Con un'opportuna ipotesi *ad hoc*, la teoria di Maxwell può anche descrivere il comportamento statistico dei fotoni [8]. Infine, le equazioni di Maxwell per il vuoto e senza sorgenti, con il campo elettrico e magnetico sostituiti da opportuni operatori quantici, stanno alla base dell'elettrodinamica quantica. Nella storia della fisica non c'è un'altra teoria che, come quella di Maxwell, si sia mantenuta vitale e creativa attraverso così tante trasformazioni. (g.g.)

Bibliografia

⁽²⁾ Qui Maxwell cita il paragrafo 1648 delle *Experimental Researches* di Faraday [4].

⁽³⁾ L'invarianza delle equazioni di Maxwell scritte in funzione dei campi deve invece essere imposta: come conseguenza, si ottengono le equazioni di trasformazione dei campi. Questa è la procedura seguita da Einstein nel lavoro citato [7].

[1] HERTZ H., *Electric Waves* (Dover Publications, New York) 1962, p. 21. Ristampa della prima traduzione inglese (1893) dell'edizione originale tedesca (1892). Una traduzione italiana della parte teorica dell'introduzione si trova alla pagina: <http://fisicavolta.unipv.it/percorsi/pdf/ew.pdf>

[2] FERRARIS G., *Teoria geometrica dei campi vettoriali* in: *Opere di Galileo Ferraris*, Volume I (Hoepli, Milano) 1902, pp. 389-492. Il titolo, completato dalla locuzione "Come introduzione allo studio della elettricità, del magnetismo, ecc.", è dovuto a Riccardo Segre, curatore dell'articolo, pubblicato postumo. Secondo Segre, la stesura definitiva di questo lavoro è del biennio 1894-95.

[3] Una copia dell'articolo può essere richiesta a giuliani@fisicavolta.unipv.it (manca l'autorizzazione per l'inserzione in rete).

[4] In rete all'indirizzo: <http://gallica.bnf.fr/>

- [5] MAXWELL J. C., *A Treatise on Electricity and Magnetism*, third edition, vol. II (Dover Publications, New York) 1954, pp. 210-211, par. 569. Del Trattato di Maxwell esiste anche una traduzione italiana pubblicata da Utet nel 1973. La prima edizione del Trattato (1873) si trova in rete all'indirizzo: <http://gallica.bnf.fr/>
- [6] Si veda, per esempio: <http://fisicavolta.unipv.it/percorsi/pdf/inv.pdf>
- [7] EINSTEIN A., *Ann. Phys. (Leipzig)*, **17** (1905) 891-921. Traduzione italiana alla pagina: <http://matsci.unipv.it/persons/antoci/re/Einstein05.pdf>
- [8] Si veda, ad esempio: GIULIANI G., BONIZONI I., *Lineamenti di elettromagnetismo* (La Goliardica Pavese, Pavia) 2004, pp. 187-189.