La misura degli intervalli di tempo: teoria ed esperimento

Giuseppe Giuliani

http://fisica.unipv.it/percorsi

AIF. XIX Scuola di Storia della Fisica

2 marzo 2021

• Il formalismo spazio - temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale

- Il formalismo spazio temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale
- La luce verrà considerata come composta da fotoni

- Il formalismo spazio temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale
- La luce verrà considerata come composta da fotoni
- Quindi...

2/49

- Il formalismo spazio temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale
- La luce verrà considerata come composta da fotoni
- Quindi...
- ... l'effetto Doppler e l'effetto della gravità sugli orologi atomici verranno trattati come problemi di dinamica relativistica [emissione e assorbimento di fotoni da parte di atomi in moto e/o in un campo gravitazionalel

- Il formalismo spazio temporale sarà usato solo per delineare la trattazione del tempo nella relatività generale
- La luce verrà considerata come composta da fotoni
- Quindi...
- ... l'effetto Doppler e l'effetto della gravità sugli orologi atomici verranno trattati come problemi di dinamica relativistica [emissione e assorbimento di fotoni da parte di atomi in moto e/o in un campo gravitazionale]
- Per una rivisitazione delle descrizioni ondulatoria e corpuscolare della luce, si può vedere Buonaura, Giuliani

• Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose
- Si è valutato che i testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000 [Fraser J., Report on the Literature of Time, in: Fraser J, Lawrence N, Park D., (ed.), The Study of Time IV. Springer - Verlach 1981, p. 234 - 270.

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose
- Si è valutato che i testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000 [Fraser J., Report on the Literature of Time, in: Fraser J, Lawrence N, Park D., (ed.), The Study of Time IV. Springer - Verlach 1981, p. 234 - 270.
- Una breve, ma densa sinossi degli studi sul concetto di tempo in fisica si trova in: Jammer M. Concepts of Time in Physics: A Synopsis, Phys. Perspect. 9 2007 266 - 280

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose
- Si è valutato che i testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000 [Fraser J., Report on the Literature of Time, in: Fraser J, Lawrence N, Park D., (ed.), The Study of Time IV. Springer - Verlach 1981, p. 234 - 270.
- Una breve, ma densa sinossi degli studi sul concetto di tempo in fisica si trova in: Jammer M. Concepts of Time in Physics: A Synopsis, Phys. Perspect. 9 2007 266 - 280
- Le prime riflessioni sul tempo almeno parzialmente indipendenti da credenze religiose sono dovute ai filosofi greci

- Il concetto di tempo è stato sviluppato dalla specie umana per descrivere il cambiamento delle cose
- Si è valutato che i testi (articoli o libri) pubblicati tra il 1900 e il 1980 e potenzialmente rilevanti per uno studio sistematico del concetto di tempo siano circa 65000 [Fraser J., Report on the Literature of Time, in: Fraser J, Lawrence N, Park D., (ed.), The Study of Time IV. Springer - Verlach 1981, p. 234 - 270.
- Una breve, ma densa sinossi degli studi sul concetto di tempo in fisica si trova in: Jammer M. Concepts of Time in Physics: A Synopsis, Phys. Perspect. 9 2007 266 - 280
- Le prime riflessioni sul tempo almeno parzialmente indipendenti da credenze religiose sono dovute ai filosofi greci
- Tuttavia, l'intreccio tra riflessioni sul tempo e credenze religiose persiste sino al XVII secolo

• Anche il tempo non esiste di per sé, ma dalle cose stesse deriva il senso di ciò che si è svolto, di ciò che è presente, di ciò che seguirà. Bisogna riconoscere che nessuno avverte il tempo di per sé, separato dal movimento e dalla placida quiete delle cose. [Lucrezio, De Rerum Natura, libro I, 459 - 463, I sec. a. C.].

- Anche il tempo non esiste di per sé, ma dalle cose stesse deriva il senso di ciò che si è svolto, di ciò che è presente, di ciò che seguirà. Bisogna riconoscere che nessuno avverte il tempo di per sé, separato dal movimento e dalla placida quiete delle cose. [Lucrezio, De Rerum Natura, libro I, 459 - 463, I sec. a. C.].
- Il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione con alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con altro nome è chiamato durata. [Isaac Newton, Principî matematici della filosofia naturale, 1687].

- Anche il tempo non esiste di per sé, ma dalle cose stesse deriva il senso di ciò che si è svolto, di ciò che è presente, di ciò che seguirà. Bisogna riconoscere che nessuno avverte il tempo di per sé, separato dal movimento e dalla placida quiete delle cose. [Lucrezio, De Rerum Natura, libro I, 459 463, I sec. a. C.].
- Il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione con alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con altro nome è chiamato durata. [Isaac Newton, Princìpî matematici della filosofia naturale, 1687].
- Il tempo relativo, apparente e volgare, è una misura (esatta o inesatta) sensibile ed esterna della durata per mezzo del moto, che comunemente viene impiegata al posto del vero tempo: tali sono l'ora, il giorno, il mese, l'anno. [Isaac Newton, Princìpî matematici della filosofia naturale, 1687].

• Il tempo del primo capitolo è il tempo della nostra intuizione. Esso è, pertanto, una grandezza tale che le variazioni delle altre grandezze possono essere considerate come dipendenti dalla sua variazione; mentre esso è, di per sé, una variabile indipendente. [Heinrich Hertz, I principî della meccanica presentati in una nuova forma, 1899]

- Il tempo del primo capitolo è il tempo della nostra intuizione. Esso è, pertanto, una grandezza tale che le variazioni delle altre grandezze possono essere considerate come dipendenti dalla sua variazione; mentre esso è, di per sé, una variabile indipendente. [Heinrich Hertz, I principî della meccanica presentati in una nuova forma, 1899]
- Se vogliamo descrivere il moto di un punto materiale, diamo i valori delle sue coordinate in funzione del tempo. [Albert Einstein, Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento, 1905]

• Il tempo è una variabile matematica indipendente con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.

- Il tempo è una variabile matematica indipendente con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.
- Sperimentalmente, essa è generata e mostrata da un orologio.

- Il tempo è una variabile matematica indipendente con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.
- Sperimentalmente, essa è generata e mostrata da un orologio.
- Un orologio NON misura alcuna proprietà di qualcosa distinto dall'orologio.

- Il tempo è una variabile matematica indipendente con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.
- Sperimentalmente, essa è generata e mostrata da un orologio.
- Un orologio NON misura alcuna proprietà di qualcosa distinto dall'orologio.
- Esso mostra solo il valore della variabile tempo generata dall'orologio stesso.

- Il tempo è una variabile matematica indipendente con cui descriviamo la variazione del valore di una grandezza fisica in un punto dello spazio.
- Sperimentalmente, essa è generata e mostrata da un orologio.
- Un orologio NON misura alcuna proprietà di qualcosa distinto dall'orologio.
- Esso mostra solo il valore della variabile tempo generata dall'orologio stesso.
- Con un orologio misuriamo la durata di un fenomeno che si svolge nelle vicinanze dell'orologio (nel punto in cui si trova l'orologio).

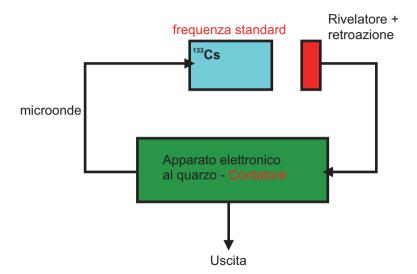
 Ogni orologio utilizza una frequenza campione, un contatore e un sistema di visualizzazione del conteggio effettuato dal contatore.

- Ogni orologio utilizza una frequenza campione, un contatore e un sistema di visualizzazione del conteggio effettuato dal contatore.
- In un orologio a pendolo, la frequenza campione è data dall'inverso del periodo di oscillazione del pendolo...

- Ogni orologio utilizza una frequenza campione, un contatore e un sistema di visualizzazione del conteggio effettuato dal contatore.
- In un orologio a pendolo, la frequenza campione è data dall'inverso del periodo di oscillazione del pendolo...
- ...il contatore è costituito da un sistema meccanico che trasforma il conteggio delle oscillazioni complete del pendolo nel movimento discreto delle lancette...

- Ogni orologio utilizza una frequenza campione, un contatore e un sistema di visualizzazione del conteggio effettuato dal contatore.
- In un orologio a pendolo, la frequenza campione è data dall'inverso del periodo di oscillazione del pendolo...
- ...il contatore è costituito da un sistema meccanico che trasforma il conteggio delle oscillazioni complete del pendolo nel movimento discreto delle lancette...
- le lancette costituiscono il sistema di visualizzazione.

Orologio al ¹³³Cs.



• La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale imperturbato del ¹³³Cs...

- La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale imperturbato del ¹³³Cs...
- ...il contatore è costituito da una lamina di guarzo la cui frequenza di vibrazione è bloccata – per contro - reazione – dal segnale di assorbimento da parte del vapore di cesio . . .

- La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale imperturbato del ¹³³Cs...
- ...il contatore è costituito da una lamina di guarzo la cui frequenza di vibrazione è bloccata – per contro - reazione – dal segnale di assorbimento da parte del vapore di cesio . . .
- ...il visualizzatore è digitale.

- La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita dalla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale imperturbato del ¹³³Cs...
- ...il contatore è costituito da una lamina di guarzo la cui frequenza di vibrazione è bloccata – per contro - reazione – dal segnale di assorbimento da parte del vapore di cesio . . .
- ...il visualizzatore è digitale.
- Il secondo, unità di tempo nel sistema SI, è la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale imperturbato dell'atomo di ¹³³Cs.

• La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita da uno ione intrappolato a basse temperature...

- La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita da uno ione intrappolato a basse temperature...
- ...il contatore è costituito dalla luce laser che eccita lo ione ...

- La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita da uno ione intrappolato a basse temperature...
- ...il contatore è costituito dalla luce laser che eccita lo ione ...
- ... Questa freguenza è 'bloccata' da un circuito di contro reazione, sensibile all'assorbimento del fotone da parte dello ione...

- La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita da uno ione intrappolato a basse temperature...
- ...il contatore è costituito dalla luce laser che eccita lo ione ...
- ... Questa freguenza è 'bloccata' da un circuito di contro reazione, sensibile all'assorbimento del fotone da parte dello ione...
- ...il visualizzatore è digitale.

- La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita da uno ione intrappolato a basse temperature...
- ...il contatore è costituito dalla luce laser che eccita lo ione ...
- ... Questa freguenza è 'bloccata' da un circuito di contro reazione, sensibile all'assorbimento del fotone da parte dello ione...
- ... il visualizzatore è digitale.
- L'accuratezza di questi orologi è dell'ordine di 10^{-18}

- La frequenza campione è costituita dalla frequenza della radiazione assorbita da uno ione intrappolato a basse temperature...
- ...il contatore è costituito dalla luce laser che eccita lo ione ...
- ... Questa freguenza è 'bloccata' da un circuito di contro reazione, sensibile all'assorbimento del fotone da parte dello ione...
- ... il visualizzatore è digitale.
- L'accuratezza di questi orologi è dell'ordine di 10^{-18}
- Questa accuratezza corrisponde alla deviazione di circa un secondo sull'età dell'Universo.

• Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo
- orologi a molla

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo
- orologi a molla
- orologi al quarzo

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo
- orologi a molla
- orologi al quarzo
- orologi che utilizzano la radiazione elettromagnetica come campione di frequenza...

- Possiamo individuare quattro classi di orologi artificiali:
- orologi a pendolo
- orologi a molla
- orologi al quarzo
- orologi che utilizzano la radiazione elettromagnetica come campione di frequenza...
- ... tra questi: orologi atomici, orologi ottici, orologi basati su maser o cavità risonanti.

Criteri per la costruzione di orologi

 Non ci sono prescrizioni riguardanti la costruzione degli orologi ad eccezione di quella. essenziale, che i valori della variabile tempo generati debbono riflettere il più accuratamente possibile l'omogeneità della variabile matematica t. Per soddisfare al meglio questa condizione si confrontano differenti classi di orologi e la classe migliore è scelta sulla base di una valutazione empirica guidata dalle teorie che descrivono il funzionamento di ogni classe di orologi.

• Definiamo ideale un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.

- Definiamo ideale un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.
- Gli orologi considerati, direttamente o indirettamente, nelle teorie fisiche sono orologi ideali.

- Definiamo ideale un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.
- Gli orologi considerati, direttamente o indirettamente, nelle teorie fisiche sono orologi ideali.
- Costituisce un'importante eccezione la teoria della relatività generale: questa teoria richiede di considerare la dipendenza del periodo fondamentale di un orologio dalla gravità anche a livello teorico.

- Definiamo ideale un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.
- Gli orologi considerati, direttamente o indirettamente, nelle teorie fisiche sono orologi ideali.
- Costituisce un'importante eccezione la teoria della relatività generale: questa teoria richiede di considerare la dipendenza del periodo fondamentale di un orologio dalla gravità anche a livello teorico.
- Il fatto che gli orologi usati negli esperimenti siano orologi reali è una questione che riguarda gli sperimentatori: è compito loro tenere conto dell'influenza dell'ambiente fisico sul funzionamento degli orologi usati.

La velocità limite c.

• La proprietà fondamentale che caratterizza la cinematica e la dinamica relativistica è l'esistenza di una velocità limite: la velocità c della luce nel vuoto.

La velocità limite c.

- La proprietà fondamentale che caratterizza la cinematica e la dinamica relativistica è l'esistenza di una velocità limite: la velocità c della luce nel vuoto.
- È possibile costruire la cinematica relativistica studiando lo scambio di lampi di luce di durata idealmente nulla tra due orologi O ed O' in moto relativo rettilineo uniforme.

La velocità limite c.

- La proprietà fondamentale che caratterizza la cinematica e la dinamica relativistica è l'esistenza di una velocità limite: la velocità c della luce nel vuoto.
- È possibile costruire la cinematica relativistica studiando lo scambio di lampi di luce di durata idealmente nulla tra due orologi O ed O' in moto relativo rettilineo uniforme.
- Si ricavano così le formule della dilatazione del tempo, della contrazione delle lunghezze e le trasformazioni di coordinate di Lorentz.

• Ipotesi: omogeneità e isotropia dello spazio, omogeneità della variabile 'tempo', principio di relatività cinematico.

• Ipotesi: omogeneità e isotropia dello spazio, omogeneità della variabile 'tempo', principio di relatività cinematico.

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 + V^2/\alpha}} (x - Vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 + V^2/\alpha}} \left(t + \frac{V}{\alpha} x \right)$$
(1)

dove α è un parametro diverso da zero, avente le dimensioni di una velocità al quadrato.

• Se $\alpha < 0$, posto $\alpha = -\kappa^2$, le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite κ al posto di c.

- Se $\alpha < 0$, posto $\alpha = -\kappa^2$, le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite κ al posto di c.
- Invece, se $\alpha > 0$, non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.

- Se $\alpha < 0$, posto $\alpha = -\kappa^2$, le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite κ al posto di c.
- Invece, se $\alpha > 0$, non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.
- Se si trovasse una velocità superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida.

- Se $\alpha < 0$, posto $\alpha = -\kappa^2$, le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite κ al posto di c.
- Invece, se $\alpha > 0$, non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.
- Se si trovasse una velocità superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida.
- Cambierebbe però gran parte della Fisica, a partire dall'Elettromagnetismo.

- Se $\alpha < 0$, posto $\alpha = -\kappa^2$, le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite κ al posto di c.
- Invece, se $\alpha > 0$, non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.
- Se si trovasse una velocità superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida.
- Cambierebbe però gran parte della Fisica, a partire dall'Elettromagnetismo.
- Vi ricordate i neutrini che corrono dal CERN al Gran Sasso?

- Se $\alpha < 0$, posto $\alpha = -\kappa^2$, le equazioni di trasformazione delle coordinate diventano quelle di Lorentz con la velocità limite κ al posto di c.
- Invece, se $\alpha > 0$, non c'è velocità limite ed è violato il principio di causalità: l'effetto precede la causa.
- Se si trovasse una velocità superiore a quella della luce, la relatività speciale sarebbe ancora valida.
- Cambierebbe però gran parte della Fisica, a partire dall'Elettromagnetismo.
- Vi ricordate i neutrini che corrono dal CERN al Gran Sasso?
- La dichiarazione più "incauta" non fu quella di Mariastella Gelmini...

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

Giuseppe Giuliani http://fisica.unipv.it/percorsi La misura degli intervalli di tempo: teoria ed esperimento

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

• $\Delta t'$ è la durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova l'orologio O': è la durata propria del fenomeno.

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

- $\Delta t'$ è la durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova l'orologio O': è la durata propria del fenomeno.
- O' informa O inviando verso O un lampo di luce di durata nulla guando inizia il fenomeno e quando esso finisce.

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

- $\Delta t'$ è la durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova l'orologio O': è la durata propria del fenomeno.
- O' informa O inviando verso O un lampo di luce di durata nulla quando inizia il fenomeno e quando esso finisce.
- O, sulla base delle informazioni ricevute, calcola che la durata del fenomeno che si svolge lungo un segmento di retta – è data da Δt : la durata del fenomeno appare dilatata.

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t' = \Gamma \Delta t'$$

- $\Delta t'$ è la durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova l'orologio O': è la durata propria del fenomeno.
- O' informa O inviando verso O un lampo di luce di durata nulla guando inizia il fenomeno e quando esso finisce.
- O, sulla base delle informazioni ricevute, calcola che la durata del fenomeno che si svolge lungo un segmento di retta – è data da Δt : la durata del fenomeno appare dilatata.
- I due orologi sono equivalenti: se O informa O' della durata di un fenomeno che si svolge nel punto in cui si trova O (durata propria), allora O' calcola, sulla base delle informazioni ricevute che:

$$\Delta t' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t = \Gamma \Delta t$$

• Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in V/c di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in V/c di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.
- Nel 1907, Einstein citando il lavoro di Stark, mostra come la relatività speciale possa predire questo fenomeno.

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in V/c di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.
- Nel 1907, Einstein citando il lavoro di Stark, mostra come la relatività speciale possa predire questo fenomeno.
- Einstein considera un atomo in moto come un orologio e. . .

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in V/c di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.
- Nel 1907, Einstein citando il lavoro di Stark, mostra come la relatività speciale possa predire questo fenomeno.
- Einstein considera un atomo in moto come un orologio e...
- "Come ho mostrato in un precedente lavoro, da questi principi segue che il ritmo di un orologio in moto uniforme è più lento se valutato da un sistema [di riferimento] 'stazionario' ".

- Johannes Stark misurò nel 1905 lo spostamento Doppler al primo ordine in V/c di alcune righe emesse da atomi di idrogeno in volo.
- Nel 1907, Einstein citando il lavoro di Stark, mostra come la relatività speciale possa predire questo fenomeno.
- Einstein considera un atomo in moto come un orologio e...
- "Come ho mostrato in un precedente lavoro, da questi principi segue che il ritmo di un orologio in moto uniforme è più lento se valutato da un sistema [di riferimento] 'stazionario' ".
- Pertanto, "se ν denota il numero di battiti dell'orologio per unità di tempo secondo l'osservatore in quiete e ν_0 il numero corrispondente per l'osservatore co - movente, allora:

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

18 / 49

• Come osservato da Einstein, il fattore relativistico $\Gamma = 1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ caratterizza la dilatazione del tempo.

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico $\Gamma = 1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico $\Gamma = 1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.
- La prima verifica sperimentale è dovuta a Ives e Stilwell, 1938.

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico $\Gamma = 1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.
- La prima verifica sperimentale è dovuta a Ives e Stilwell, 1938.
- Ives e Stilwell hanno misurato il fattore Γ per velocità abbastanza piccole rispetto a quelle della luce: $V/c \approx 5 \times 10^{-3}$.

19 / 49

Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Ives e Stilwell, 1938

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico $\Gamma = 1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.
- La prima verifica sperimentale è dovuta a Ives e Stilwell, 1938.
- Ives e Stilwell hanno misurato il fattore Γ per velocità abbastanza piccole rispetto a quelle della luce: $V/c \approx 5 \times 10^{-3}$.
- Hanno pertanto misurato il termine

$$\frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2}$$

19 / 49

Dilatazione del tempo. Verifiche sperimentali. Ives e Stilwell, 1938

- Come osservato da Einstein, il fattore relativistico $\Gamma = 1/\sqrt{1-V^2/c^2}$ caratterizza la dilatazione del tempo.
- Le verifiche sperimentali si propongono quindi di misurare questo fattore.
- La prima verifica sperimentale è dovuta a Ives e Stilwell, 1938.
- Ives e Stilwell hanno misurato il fattore Γ per velocità abbastanza piccole rispetto a quelle della luce: $V/c \approx 5 \times 10^{-3}$.
- Hanno pertanto misurato il termine

$$\frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2}$$

ullet Ives e Stilwell hanno misurato l'effetto Doppler della riga H_{eta} dell'atomo di idrogeno in volo rispetto ad uno spettrometro a reticolo, dotato di lastra fotografica.



• Ives era un anti - relativista e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.

- Ives era un anti relativista e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico $\approx (1/2)V^2/c^2$ dimostra che il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta.

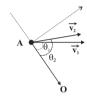
- Ives era un anti relativista e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico $\approx (1/2)V^2/c^2$ dimostra che il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta.
- Questa conclusione è errata perché...

- Ives era un anti relativista e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico $\approx (1/2)V^2/c^2$ dimostra che il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta.
- Questa conclusione è errata perché...
- ...è in contraddizione con il principio di relatività secondo cui tutti i fenomeni fisici si svolgono nello stesso modo in ogni SRI, e. . .

20 / 49

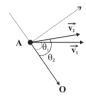
- Ives era un anti relativista e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico $\approx (1/2)V^2/c^2$ dimostra che il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta.
- Questa conclusione è errata perché...
- ...è in contraddizione con il principio di relatività secondo cui tutti i fenomeni fisici si svolgono nello stesso modo in ogni SRI, e. . .
- ... come vedremo, le frequenze campione usate negli orologi atomici sono le stesse in ogni SRL

- Ives era un anti relativista e sosteneva una teoria basata sull'esistenza dell'Etere, ispirata dai lavori di Larmor e Lorentz.
- Secondo Ives e Stilwell, la misura del fattore relativistico $\approx (1/2)V^2/c^2$ dimostra che il periodo fondamentale degli orologi in moto rallenta.
- Questa conclusione è errata perché...
- ...è in contraddizione con il principio di relatività secondo cui tutti i fenomeni fisici si svolgono nello stesso modo in ogni SRI, e. . .
- ... come vedremo, le frequenze campione usate negli orologi atomici sono le stesse in ogni SRL
- L'esperimento di Ives e Stilwell è stato ripetuto con maggiore accuratezza nel 1962 da Mandelberg e Witten.



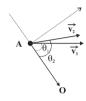
Grandezze fisiche in gioco:

• E₁, energia a riposo dell'atomo eccitato



Grandezze fisiche in gioco:

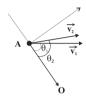
- E₁, energia a riposo dell'atomo eccitato
- $E_2 = Mc^2$, energia a riposo dell'atomo nello stato fondamentale



Grandezze fisiche in gioco:

- E₁, energia a riposo dell'atomo eccitato
- $E_2 = Mc^2$, energia a riposo dell'atomo nello stato fondamentale
- Quindi, $\Delta E = E_1 E_2$ è la differenza di energia tra i due livelli della transizione atomica

2 marzo 2021



Grandezze fisiche in gioco:

- E₁, energia a riposo dell'atomo eccitato
- $E_2 = Mc^2$, energia a riposo dell'atomo nello stato fondamentale
- ullet Quindi, $\Delta E = E_1 E_2$ è la differenza di energia tra i due livelli della transizione atomica
- \bullet ΔE , essendo la differenza tra due energie a riposo, è un invariante relativistico



Grandezze fisiche in gioco:

- E₁, energia a riposo dell'atomo eccitato
- $E_2 = Mc^2$, energia a riposo dell'atomo nello stato fondamentale
- Quindi, $\Delta E = E_1 E_2$ è la differenza di energia tra i due livelli della transizione atomica
- ΔE , essendo la differenza tra due energie a riposo, è un invariante relativistico
- Ne segue che: $E_1 = Mc^2 + \Delta E$

2 marzo 2021

$$\begin{split} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 \ Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = \\ &= E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} \end{split}$$

•

$$E_{\rho h}^{emi} = \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta}$$

dove

$$E_0^{emi} = \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 E_1} \right] \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] = \Delta E - E_R$$



22 / 49

$$\begin{split} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = \\ &= E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} \end{split}$$

dove

$$E_0^{emi} = \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 \; E_1} \right] \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 \; Mc^2} \right] = \Delta E - E_R$$

• è l'energia del fotone emesso quando l'atomo è in quiete prima dell'emissione



•

$$\begin{split} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = \\ &= E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} \end{split}$$

dove

$$E_0^{emi} = \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 \; E_1} \right] \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 \; Mc^2} \right] = \Delta E - E_R$$

- è l'energia del fotone emesso quando l'atomo è in quiete prima dell'emissione
- E_0^{emi} è un invariante relativistico



22 / 49

 $E_{ph}^{emi} = \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta}$

dove

$$E_0^{emi} = \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 \; E_1} \right] \approx \Delta E \left[1 - \frac{\Delta E}{2 \; Mc^2} \right] = \Delta E - E_R$$

- è l'energia del fotone emesso quando l'atomo è in quiete prima dell'emissione
- E_0^{emi} è un invariante relativistico
- Se l'energia (frequenza) E_0^{emi} è usata come campione di frequenza in un orologio, essa ha lo stesso valore in ogni SRI.



$$E_{ph}^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta}$$

•

$$E_{ph}^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta}$$

dove

$$E_0^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] = \Delta E + E_R$$



•

$$E_{ph}^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta}$$

dove

$$E_0^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] = \Delta E + E_R$$

• è l'energia del fotone assorbito quando l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento



$$E_{ph}^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta}$$

dove

$$E_0^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] = \Delta E + E_R$$

- è l'energia del fotone assorbito quando l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento
- E_0^{abs} è un invariante relativistico



0

$$E_{ph}^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2E_1} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2Mc^2} \right] \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta} = E_0^{abs} \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c)\cos\theta}$$

dove

$$E_0^{abs} = \Delta E \left[1 + \frac{\Delta E}{2 Mc^2} \right] = \Delta E + E_R$$

- è l'energia del fotone assorbito quando l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento
- E_0^{abs} è un invariante relativistico
- Se l'energia (frequenza) E_0^{abs} è usata come campione di frequenza in un orologio, essa ha lo stesso valore in ogni SRI.

4□ > 4□ > 4 = > 4 = > = 900

Larghezza naturale di una riga

• Osserviamo che $E_0^{abs} - E_0^{emi} = 2E_R$



Larghezza naturale di una riga

- Osserviamo che $E_0^{abs} E_0^{emi} = 2E_R$
- Se un atomo E in quiete emette un fotone, allora un altro atomo identico A, in quiete lungo la direzione di propagazione del fotone, può assorbire questo fotone se la larghezza naturale della riga è diversa da zero ed è almeno dell'ordine di grandezza di 2E_R

24 / 49

• Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni ²⁰Ne (Olin et al. 1973).

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni ²⁰Ne (Olin et al. 1973).
- La velocità degli ioni era di $4.9 \times 10^{-2} c$ o di $1.2 \times 10^{-2} c$, cioè, circa 10 volte quella usata da Ives e Stilwell

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni ²⁰ Ne (Olin et al. 1973).
- La velocità degli ioni era di $4.9 \times 10^{-2}c$ o di $1.2 \times 10^{-2}c$, cioè, circa 10 volte quella usata da Ives e Stilwell.
- Quindi il termine V^2/c^2 era più grande di 100 volte di quello misurato da Ives e Stilwell.

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni ²⁰Ne (Olin et al. 1973).
- La velocità degli ioni era di $4.9 \times 10^{-2} c$ o di $1.2 \times 10^{-2} c$, cioè, circa 10 volte quella usata da Ives e Stilwell
- Quindi il termine V^2/c^2 era più grande di 100 volte di quello misurato da Ives e Stilwell.
- La tecnica usata era analoga a quella di Ives e Stilwell.

25 / 49

- Sono state effettuate misure con fotoni gamma emessi dai nuclei di ioni ²⁰Ne (Olin et al. 1973).
- La velocità degli ioni era di $4.9 \times 10^{-2} c$ o di $1.2 \times 10^{-2} c$, cioè, circa 10 volte quella usata da Ives e Stilwell
- Quindi il termine V^2/c^2 era più grande di 100 volte di quello misurato da Ives e Stilwell.
- La tecnica usata era analoga a quella di Ives e Stilwell.
- "Il fenomeno (spostamento Doppler) è una proprietà geometrica dello spazio tempo, ed è intimamente connesso con il problema della sincronizzazione degli orologi in sistemi di riferimento differenti [p. 1633]".

• La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.
- La quantità misurata è diventata l'energia dei fotoni assorbiti dagli atomi in volo.

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.
- La quantità misurata è diventata l'energia dei fotoni assorbiti dagli atomi in volo.
- Le tecniche più recenti prevedono l'uso di ioni in orbite circolari in anelli di accumulazione.

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.
- La quantità misurata è diventata l'energia dei fotoni assorbiti dagli atomi in volo.
- Le tecniche più recenti prevedono l'uso di ioni in orbite circolari in anelli di accumulazione.
- Per esempio, Benjamin Botermann et al. (2014) hanno misurato il fattore Γ usando ioni $^7Li^+$ confinati in un anello di accumulazione alla velocità di $3.38 \times 10^{-1}c$ (circa 10 volte più grande di quella usata da Olin et al.)

- La disponibilità di laser ha cambiato l'approccio alle misure della dilatazione del tempo.
- La quantità misurata è diventata l'energia dei fotoni assorbiti dagli atomi in volo.
- Le tecniche più recenti prevedono l'uso di ioni in orbite circolari in anelli di accumulazione.
- Per esempio, Benjamin Botermann et al. (2014) hanno misurato il fattore Γ usando ioni $^7Li^+$ confinati in un anello di accumulazione alla velocità di $3.38 \times 10^{-1}c$ (circa 10 volte più grande di quella usata da Olin et al.)
- Il fattore Γ è stato misurato con una accuratezza di $\pm 2.3 \times 10^{-9}$



Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. I

$$E_{ph} = E_{ph}^0 \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B\cos\theta}$$

Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. I

$$E_{ph} = E_{ph}^{0} \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B\cos\theta}$$
fotone
$$E_{ph}^{P} = E_{ph}^{0} \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B}$$

Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. I

$$E_{ph} = E_{ph}^{0} \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B \cos \theta}$$
fotone **A**

$$E_{ph}^{P} = E_{ph}^{0} \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 - B}$$

$$E_{ph}^{A} = E_{ph}^{0} \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 + B}$$

Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. II

$$E_{ph}^P E_{ph}^A = E_{ph}^{0^2}$$

Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. II

$$E_{ph}^P E_{ph}^A = E_{ph}^{0^2}$$

$$\frac{E_{ph}^P + \frac{E_{ph}^A}{2}}{2} = \Gamma E_{ph}^0$$

Dilatazione del tempo alla Ives & Stilwell: assorbimento. II

$$E_{ph}^P E_{ph}^A = E_{ph}^{0^2}$$

$$\frac{E_{ph}^P + E_{ph}^A}{2} = \Gamma E_{ph}^0$$

• Quindi, misurando E_{ph}^P e E_{ph}^A , si ottiene il fattore relativistico Γ .

• Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/ au_0}$$

• Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/\tau_0}$$

• τ_0 è la vita media propria delle particelle (in quiete).

• Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/ au_0}$$

- τ_0 è la vita media propria delle particelle (in quiete).
- Se le particelle sono in moto inerziale con velocità v, la distanza media da loro percorsa è data da:

• Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/ au_0}$$

- τ_0 è la vita media propria delle particelle (in quiete).
- Se le particelle sono in moto inerziale con velocità v, la distanza media da loro percorsa è data da:

$$I = v\tau = v \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/ au_0}$$

- τ_0 è la vita media propria delle particelle (in quiete).
- Se le particelle sono in moto inerziale con velocità v, la distanza media da loro percorsa è data da:

$$I = v\tau = v \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

• Siccome questa equazione è sperimentalmente corroborata, ne segue che è corroborata la formula della dilatazione del tempo:

• Il decadimento di particelle instabili in quiete è descritto dall'equazione

$$N = N_0 e^{-t/ au_0}$$

- τ_0 è la vita media propria delle particelle (in quiete).
- Se le particelle sono in moto inerziale con velocità v, la distanza media da loro percorsa è data da:

$$I = v\tau = v \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

• Siccome questa equazione è sperimentalmente corroborata, ne segue che è corroborata la formula della dilatazione del tempo:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

• Il primo esperimento di questo tipo fu eseguito da Bruno Rossi e David Hall nel 1941 usando muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici.

- Il primo esperimento di questo tipo fu eseguito da Bruno Rossi e David Hall nel 1941 usando muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici.
- A partire dagli anni Cinquanta del secolo scorso, sono apparsi diversi lavori riguardanti il decadimento di particelle instabili in moto rettilineo uniforme prodotte in acceleratori.

- Il primo esperimento di questo tipo fu eseguito da Bruno Rossi e David Hall nel 1941 usando muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici.
- A partire dagli anni Cinquanta del secolo scorso, sono apparsi diversi lavori riguardanti il decadimento di particelle instabili in moto rettilineo uniforme prodotte in acceleratori.
- Il lavoro di Bailey et al. (1977) è interessante perché studia il decadimento di muoni negativi o positivi in moto circolare uniforme: il risultato è identico a quello che si sarebbe ottenuto se i muoni fossero stati in moto rettilineo uniforme

- Il primo esperimento di questo tipo fu eseguito da Bruno Rossi e David Hall nel 1941 usando muoni negativi (allora chiamati mesotroni) contenuti nei raggi cosmici.
- A partire dagli anni Cinquanta del secolo scorso, sono apparsi diversi lavori riguardanti il decadimento di particelle instabili in moto rettilineo uniforme prodotte in acceleratori.
- Il lavoro di Bailey et al. (1977) è interessante perché studia il decadimento di muoni negativi o positivi in moto circolare uniforme: il risultato è identico a quello che si sarebbe ottenuto se i muoni fossero stati in moto rettilineo uniforme.
- Pertanto, gli autori concludono che l'accelerazione cui i muoni sono sottoposti $(a_c \approx 10^{18} \mathrm{g})$ non influisce sulla vita media dei muoni.

 Consideriamo due orolgi, O ed O', in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità V lungo la direzione del comune asse x = x'. Se O vede O' in moto lungo la direzione positiva dell'asse x = x', allora, O' vedrà O in moto lungo la direzione negativa dell'asse x' = x.

- Consideriamo due orolgi, O ed O', in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità V lungo la direzione del comune asse x = x'. Se O vede O' in moto lungo la direzione positiva dell'asse x = x', allora, O' vedrà O in moto lungo la direzione negativa dell'asse x' = x.
- La dilatazione del tempo è un effetto simmetrico: la durata di un fenomeno che si svolge in O' (nel punto in cui si trova l'orologio O') appare ad O ingrandita di un fattore Γ; la durata dello stesso fenomeno che si svolge in O (nel punto in cui si trova l'orologio O) appare ad O' ingrandita dello stesso fattore C.

- Consideriamo due orolgi, O ed O', in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità V lungo la direzione del comune asse x = x'. Se O vede O' in moto lungo la direzione positiva dell'asse x = x', allora, O' vedrà O in moto lungo la direzione negativa dell'asse x' = x.
- La dilatazione del tempo è un effetto simmetrico: la durata di un fenomeno che si svolge in O' (nel punto in cui si trova l'orologio O') appare ad O ingrandita di un fattore Γ; la durata dello stesso fenomeno che si svolge in O (nel punto in cui si trova l'orologio O) appare ad O' ingrandita dello stesso fattore C.
- La trattazione dell'emissione di un fotone da parte di un atomo in moto conferma questa simmetria tra i due apparati di misura. Se un atomo in quiete in O' emette un fotone verso O (lungo la direzione negativa dell'asse x = x'), l'energia del fotone misurata da O sarà:

- Consideriamo due orolgi, O ed O', in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità V lungo la direzione del comune asse x = x'. Se O vede O' in moto lungo la direzione positiva dell'asse x = x', allora, O' vedrà O in moto lungo la direzione negativa dell'asse x' = x.
- La dilatazione del tempo è un effetto simmetrico: la durata di un fenomeno che si svolge in O' (nel punto in cui si trova l'orologio O') appare ad O ingrandita di un fattore Γ; la durata dello stesso fenomeno che si svolge in O (nel punto in cui si trova l'orologio O) appare ad O' ingrandita dello stesso fattore Γ .
- La trattazione dell'emissione di un fotone da parte di un atomo in moto conferma questa simmetria tra i due apparati di misura. Se un atomo in quiete in O' emette un fotone verso O (lungo la direzione negativa dell'asse x = x'), l'energia del fotone misurata da O sarà:

$$E_{ph}=E_0^{emi}\frac{\sqrt{1-B^2}}{1+B}$$

- Consideriamo due orolgi, O ed O', in moto relativo rettilineo uniforme di allontanamento con velocità V lungo la direzione del comune asse x=x'. Se O vede O' in moto lungo la direzione positiva dell'asse x=x', allora, O' vedrà O in moto lungo la direzione negativa dell'asse x'=x.
- La dilatazione del tempo è un effetto simmetrico: la durata di un fenomeno che si svolge in O'
 (nel punto in cui si trova l'orologio O') appare ad O ingrandita di un fattore Γ; la durata dello
 stesso fenomeno che si svolge in O (nel punto in cui si trova l'orologio O) appare ad O' ingrandita
 dello stesso fattore Γ.
- La trattazione dell'emissione di un fotone da parte di un atomo in moto conferma questa simmetria tra i due apparati di misura. Se un atomo in quiete in O' emette un fotone verso O (lungo la direzione negativa dell'asse x=x'), l'energia del fotone misurata da O sarà:

$$E_{ph} = E_0^{emi} \frac{\sqrt{1 - B^2}}{1 + B}$$

• Analogamente, se un atomo in quiete in O emette un fotone verso O' (lungo la direzione positiva dell'asse x=x'), l'energia del fotone misurata da O' sarà data dalla stessa formula.

• I due orologi O ed O_1 sono orologi ideali.

- I due orologi O ed O_1 sono orologi ideali.
- Il loro periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica.

- I due orologi O ed O₁ sono orologi ideali.
- Il loro periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica.
- O ed O_1 sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.

- I due orologi O ed O_1 sono orologi ideali.
- Il loro periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica.
- O ed O_1 sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- O_1 accelera lungo la direzione positiva dell'asse x, raggiunge la velocità V, viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto B₁, distante l_{01} da O.

- I due orologi O ed O₁ sono orologi ideali.
- Il loro periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica.
- O ed O_1 sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- O_1 accelera lungo la direzione positiva dell'asse x, raggiunge la velocità V, viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto B₁, distante l_{01} da O.
- Riparte verso O con le stesse modalità del viaggio di andata.

- I due orologi O ed O₁ sono orologi ideali.
- Il loro periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica.
- O ed O_1 sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- O_1 accelera lungo la direzione positiva dell'asse x, raggiunge la velocità V, viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto B₁, distante l_{01} da O.
- Riparte verso O con le stesse modalità del viaggio di andata.
- Quando si incontrano di nuovo, O ed O_1 confrontano i loro quadranti.

- I due orologi O ed O₁ sono orologi ideali.
- Il loro periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica.
- O ed O_1 sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- O_1 accelera lungo la direzione positiva dell'asse x, raggiunge la velocità V, viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto B₁, distante l_{01} da O.
- Riparte verso O con le stesse modalità del viaggio di andata.
- Quando si incontrano di nuovo, O ed O_1 confrontano i loro quadranti.
- O prevede che O_1 mostri un valore del tempo minore.

- I due orologi O ed O₁ sono orologi ideali.
- Il loro periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica.
- O ed O_1 sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- O_1 accelera lungo la direzione positiva dell'asse x, raggiunge la velocità V, viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto B₁, distante l_{01} da O.
- Riparte verso O con le stesse modalità del viaggio di andata.
- Quando si incontrano di nuovo, O ed O_1 confrontano i loro quadranti.
- O prevede che O_1 mostri un valore del tempo minore.
- Ma O_1 , che aveva visto O effettuare un viaggio lungo la direzione negativa dell'asse x prevede che O mostri un valore minore.

- I due orologi O ed O₁ sono orologi ideali.
- Il loro periodo fondamentale non è alterato da alcuna interazione fisica.
- O ed O_1 sono fermi nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- O_1 accelera lungo la direzione positiva dell'asse x, raggiunge la velocità V, viaggia per un certo intervallo di tempo con questa velocità, decelera e si ferma nel punto B₁, distante l_{01} da O.
- Riparte verso O con le stesse modalità del viaggio di andata.
- Quando si incontrano di nuovo, O ed O_1 confrontano i loro quadranti.
- O prevede che O_1 mostri un valore del tempo minore.
- Ma O_1 , che aveva visto O effettuare un viaggio lungo la direzione negativa dell'asse x prevede che O mostri un valore minore.
- Da qui, il paradosso.



• Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio O_1 subisce delle accelerazioni.

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio O_1 subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è O_1 e non O.

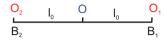
- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio O_1 subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è O_1 e non O.
- L'accelerazione subita da O_1 serve solo per individuare l'asimmetria. Essa, non influenza il periodo fondamentale di O_1 , perché O_1 è un orologio ideale.

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio O₁ subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è O_1 e non O.
- L'accelerazione subita da O_1 serve solo per individuare l'asimmetria. Essa, non influenza il periodo fondamentale di O_1 , perché O_1 è un orologio ideale.
- L'asimmetria può anche essere individuata nel fatto che O_1 vede O e B, mentre O vede solo O_1 . Se Paolo sta a Roma e Giuseppe va a Parigi e torna, Paolo vede solo Roma, mentre Giuseppe vede Roma e Parigi.

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio O_1 subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è O_1 e non O.
- L'accelerazione subita da O_1 serve solo per individuare l'asimmetria. Essa, non influenza il periodo fondamentale di O_1 , perché O_1 è un orologio ideale.
- L'asimmetria può anche essere individuata nel fatto che O_1 vede O e B, mentre O vede solo O_1 . Se Paolo sta a Roma e Giuseppe va a Parigi e torna, Paolo vede solo Roma, mentre Giuseppe vede Roma e Parigi.
- Quindi, l'orologio che al secondo incontro mostra un numero inferiore è O_1 .

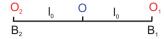
Paradosso degli orologi. II

- Il paradosso nasce perché i due orologi sono considerati equivalenti.
- Si tratta allora di capire se esiste una asimmetria tra i due orologi.
- Usualmente, l'asimmetria è attribuita al fatto che l'orologio O_1 subisce delle accelerazioni.
- Quindi, l'orologio che viaggia è O₁ e non O.
- L'accelerazione subita da O_1 serve solo per individuare l'asimmetria. Essa, non influenza il periodo fondamentale di O_1 , perché O_1 è un orologio ideale.
- L'asimmetria può anche essere individuata nel fatto che O_1 vede O e B, mentre O vede solo O_1 . Se Paolo sta a Roma e Giuseppe va a Parigi e torna, Paolo vede solo Roma, mentre Giuseppe vede Roma e Parigi.
- Quindi. l'orologio che al secondo incontro mostra un numero inferiore è O_1 .
- Dovrebbe quindi esistere un effetto viaggio.



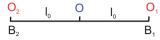
• Ora gli orologi sono tre.



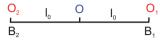


- Ora gli orologi sono tre.
- \bullet O, O_1 ed O_2 sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.



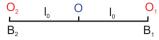


- Ora gli orologi sono tre.
- O, O_1 ed O_2 sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante, O_1 ed O_2 iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da O_1 nel caso precedente: O_1 verso B_1 lungo la direzione positiva dell'asse x; O_2 verso B_2 posto simmetricamente rispetto a B_1 .

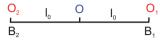


- Ora gli orologi sono tre.
- O, O_1 ed O_2 sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante, O_1 ed O_2 iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da O_1 nel caso precedente: O_1 verso B_1 lungo la direzione positiva dell'asse x; O_2 verso B_2 posto simmetricamente rispetto a B_1 .
- Al ritorno in O, i due orologi O_1 ed O_2 sono ancora sincronizzati.



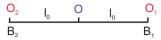


- Ora gli orologi sono tre.
- O, O_1 ed O_2 sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante, O_1 ed O_2 iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da O_1 nel caso precedente: O_1 verso B_1 lungo la direzione positiva dell'asse x; O_2 verso B_2 posto simmetricamente rispetto a B_1 .
- Al ritorno in O, i due orologi O_1 ed O_2 sono ancora sincronizzati.
- Secondo entrambi, il loro viaggio di andata e ritorno è durato $(2l_0/V)\sqrt{1-V^2/c^2}$.



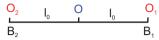
- Ora gli orologi sono tre.
- O, O_1 ed O_2 sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante, O_1 ed O_2 iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da O_1 nel caso precedente: O_1 verso B_1 lungo la direzione positiva dell'asse x; O_2 verso B_2 posto simmetricamente rispetto a B_1 .
- Al ritorno in O, i due orologi O_1 ed O_2 sono ancora sincronizzati.
- Secondo entrambi, il loro viaggio di andata e ritorno è durato $(2l_0/V)\sqrt{1-V^2/c^2}$.
- Tuttavia, per O, la durata del loro viaggio è stata $(2l_0/V)$.



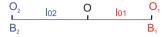


- Ora gli orologi sono tre.
- O, O_1 ed O_2 sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante, O_1 ed O_2 iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da O_1 nel caso precedente: O_1 verso B_1 lungo la direzione positiva dell'asse x; O_2 verso B_2 posto simmetricamente rispetto a B_1 .
- Al ritorno in O, i due orologi O_1 ed O_2 sono ancora sincronizzati.
- Secondo entrambi, il loro viaggio di andata e ritorno è durato $(2l_0/V)\sqrt{1-V^2/c^2}$.
- Tuttavia, per O, la durata del loro viaggio è stata $(2l_0/V)$.
- Se durante il loro viaggio di allontanamento da O a velocità V, O_1 informa O_2 della durata di un fenomeno che avviene in O_1 , O_2 vede questa durata ingrandita (dilatata). E viceversa

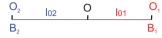




- Ora gli orologi sono tre.
- O, O_1 ed O_2 sono in quiete nell'origine del SRI del laboratorio e sono sincronizzati.
- Ad un certo istante, O_1 ed O_2 iniziano un viaggio analogo a quello effettuato da O_1 nel caso precedente: O_1 verso B_1 lungo la direzione positiva dell'asse x; O_2 verso B_2 posto simmetricamente rispetto a B_1 .
- Al ritorno in O, i due orologi O_1 ed O_2 sono ancora sincronizzati.
- Secondo entrambi, il loro viaggio di andata e ritorno è durato $(2l_0/V)\sqrt{1-V^2/c^2}$.
- Tuttavia, per O, la durata del loro viaggio è stata $(2l_0/V)$.
- Se durante il loro viaggio di allontanamento da O a velocità V, O_1 informa O_2 della durata di un fenomeno che avviene in O_1 , O_2 vede questa durata ingrandita (dilatata). E viceversa.
- Il caso del viaggio simmetrico di O_1 ed O_2 mostra che c'è dilatazione del tempo ma non effetto viaggio. L'effetto viaggio permane invece tra O_1 ed O e tra O_2 ed O.



• Nel caso del terzetto asimmetrico, O_1 ed O_2 viaggiano verso B_1 e B_2 – distanti da O di I_{01} e I_{02} – con velocità il cui rapporto è e $I_{01}/I_{02} = V_1/V_2$.



- Nel caso del terzetto asimmetrico, O_1 ed O_2 viaggiano verso B_1 e B_2 distanti da O di I_{01} e I_{02} con velocità il cui rapporto è e $I_{01}/I_{02} = V_1/V_2$.
- La durata Δt del viaggio di andata e ritorno di O_1 e O_2 è la stessa nel sistema di riferimento di O.

- Nel caso del terzetto asimmetrico, O_1 ed O_2 viaggiano verso B_1 e B_2 distanti da O di I_{01} e I_{02} con velocità il cui rapporto è e $I_{01}/I_{02} = V_1/V_2$.
- La durata Δt del viaggio di andata e ritorno di O_1 e O_2 è la stessa nel sistema di riferimento di O.
- Il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è invece dato da

$$\frac{\Delta \tau_1}{\Delta \tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}} = \frac{c + V_1}{c - V_2} \sqrt{\frac{c - w}{c + w}}$$



35 / 49

- Nel caso del terzetto asimmetrico, O_1 ed O_2 viaggiano verso B_1 e B_2 distanti da O di I_{01} e I_{02} con velocità il cui rapporto è e $I_{01}/I_{02} = V_1/V_2$.
- La durata Δt del viaggio di andata e ritorno di O_1 e O_2 è la stessa nel sistema di riferimento di O.
- Il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è invece dato da

$$\frac{\Delta \tau_1}{\Delta \tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2 / c^2}{1 - V_2^2 / c^2}} = \frac{c + V_1}{c - V_2} \sqrt{\frac{c - w}{c + w}}$$

• Dove w è la velocità relativa tra O_1 ed O_2 .



- Nel caso del terzetto asimmetrico, O_1 ed O_2 viaggiano verso B_1 e B_2 distanti da O di I_{01} e I_{02} con velocità il cui rapporto è e $I_{01}/I_{02} = V_1/V_2$.
- La durata Δt del viaggio di andata e ritorno di O_1 e O_2 è la stessa nel sistema di riferimento di O.
- Il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è invece dato da

$$\frac{\Delta \tau_1}{\Delta \tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}} = \frac{c + V_1}{c - V_2} \sqrt{\frac{c - w}{c + w}}$$

- Dove w è la velocità relativa tra O_1 ed O_2 .

$$\left[\frac{c-w}{c+w} = \frac{c-V_1}{c+V_1}\frac{c-V_2}{c+V_2}\right]$$

- Nel caso del terzetto asimmetrico, O_1 ed O_2 viaggiano verso B_1 e B_2 distanti da O di I_{01} e I_{02} con velocità il cui rapporto è e $I_{01}/I_{02} = V_1/V_2$.
- La durata Δt del viaggio di andata e ritorno di O_1 e O_2 è la stessa nel sistema di riferimento di O.
- Il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è invece dato da

$$\frac{\Delta \tau_1}{\Delta \tau_2} = \sqrt{\frac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}} = \frac{c + V_1}{c - V_2} \sqrt{\frac{c - w}{c + w}}$$

- Dove w è la velocità relativa tra O_1 ed O_2 .

$$\left[\frac{c-w}{c+w} = \frac{c-V_1}{c+V_1}\frac{c-V_2}{c+V_2}\right]$$

 Il caso del terzetto asimmetrico può essere considerato la versione lineare dell'esperimento di Hafele&Keating in assenza di gravità.

• Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio, posto su un aereo, è sincronizzato con il primo prima dell'esperimento; dopo aver raggiunto la quota h, percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza.

- Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio, posto su un aereo, è sincronizzato con il primo prima dell'esperimento; dopo aver raggiunto la quota h, percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza.
- Un secondo esperimento prevede invece che l'orologio sull'aereo circumnavighi la Terra verso Ovest

- Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio, posto su un aereo, è sincronizzato con il primo prima dell'esperimento; dopo aver raggiunto la quota h, percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza.
- Un secondo esperimento prevede invece che l'orologio sull'aereo circumnavighi la Terra verso Ovest.
- Gli esperimenti sono descritti in un sistema di riferimento non rotante con l'origine nel centro della Terra. In questo sistema di riferimento entrambi gli orologi sono in moto e immersi nel campo gravitazionale terrestre supposto generato da una massa sferica.

- Un orologio rimane fermo sulla superficie terrestre in un punto dell'equatore. Un altro orologio, posto su un aereo, è sincronizzato con il primo prima dell'esperimento; dopo aver raggiunto la quota h, percorre una circonferenza equatoriale verso Est e ritorna al punto di partenza.
- Un secondo esperimento prevede invece che l'orologio sull'aereo circumnavighi la Terra verso Ovest
- Gli esperimenti sono descritti in un sistema di riferimento non rotante con l'origine nel centro della Terra. In questo sistema di riferimento entrambi gli orologi sono in moto e immersi nel campo gravitazionale terrestre supposto generato da una massa sferica.
- Hafele e Keating usano il formalismo spazio temporale, nell'approsimazione di campi gravitazionali deboli e velocità piccole rispetto a quelle della luce.

Si ottiene:

$$\frac{\Delta \tau - \Delta \tau_0}{\Delta \tau_0} = \frac{gh}{c^2} - \frac{2R\Omega u + u^2}{2c^2}$$

Si ottiene:

$$\frac{\Delta \tau - \Delta \tau_0}{\Delta \tau_0} = \frac{gh}{c^2} - \frac{2R\Omega u + u^2}{2c^2}$$

• Dove g è l'accelerazione di gravità all'equatore, h l'altitudine dell'aereo, R il raggio terrestre, Ω la velocità angolare della Terra intorno al proprio asse ed u la velocità dell'aereo rispetto al suolo. u è positiva per il volo verso Est e negativa per quello verso Ovest

Si ottiene:

$$\frac{\Delta \tau - \Delta \tau_0}{\Delta \tau_0} = \frac{gh}{c^2} - \frac{2R\Omega u + u^2}{2c^2}$$

- Dove g è l'accelerazione di gravità all'equatore, h l'altitudine dell'aereo, R il raggio terrestre, Ω la velocità angolare della Terra intorno al proprio asse ed u la velocità dell'aereo rispetto al suolo. u è positiva per il volo verso Est e negativa per quello verso Ovest
- Questa trattazione semplificata deve essere integrata considerando che: l'aereo non percorre una rotta equatoriale e non mantiene costanti la velocità rispetto al suolo, l'altitudine e la latitudine.

Si ottiene:

$$\frac{\Delta \tau - \Delta \tau_0}{\Delta \tau_0} = \frac{gh}{c^2} - \frac{2R\Omega u + u^2}{2c^2}$$

- Dove g è l'accelerazione di gravità all'equatore, h l'altitudine dell'aereo, R il raggio terrestre, Ω la velocità angolare della Terra intorno al proprio asse ed u la velocità dell'aereo rispetto al suolo. u è positiva per il volo verso Est e negativa per quello verso Ovest
- Questa trattazione semplificata deve essere integrata considerando che: l'aereo non percorre una rotta equatoriale e non mantiene costanti la velocità rispetto al suolo, l'altitudine e la latitudine.
- Hafele e Keating, dopo aver confrontato le predizioni della teoria con i risultati dell'esperimento, concludono affermando "Questi risultati forniscono una soluzione empirica non ambigua del famoso 'paradosso' degli orologi con orologi macroscopici".



Esperimento di Hafele e Keating. Commenti

• Alley (1979), commenta i risultati di Hafele e Keating così:

Esperimento di Hafele e Keating. Commenti

- Alley (1979), commenta i risultati di Hafele e Keating così:
- "Il confronto con le predizioni sembrano mostrare un'incertezza di circa il 13% per la direzione Ovest, ma [un'incertezza] di gran lunga peggiore per la direzione Est. È difficile attribuire un'incertezza all'interno del confronto tra gli effetti dovuti alla velocità e al potenziale [gravitazionale]: ma la loro esistenza è certamente dimostrata" Halley, 1979.

Hafele&Keating e il "terzetto asimmetrico".

 Nel caso del terzetto asimmetrico il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è dato da

$$rac{\Delta au_1}{\Delta au_2} = \sqrt{rac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}}$$

39 / 49

Hafele&Keating e il "terzetto asimmetrico".

• Nel caso del terzetto asimmetrico il rapporto tra le durate proprie dei viaggi dei due orologi è dato da

$$rac{\Delta au_1}{\Delta au_2} = \sqrt{rac{1 - V_1^2/c^2}{1 - V_2^2/c^2}}$$

• Nel caso del volo radente verso Est, il rapporto tra le durate proprie misurate dai due orologi è dato da:

$$rac{\Delta au_0}{\Delta au_E} = \sqrt{rac{1 - v_0^2/c^2}{1 - v_E^2/c^2}}$$

che è identica all'equazione precedente.



• È possibile ricavare le equazioni di Hafele&Keating senza il formalismo spazio - temporale.

- È possibile ricavare le equazioni di Hafele&Keating senza il formalismo spazio temporale.
- Si ricavano dapprima le formule dovute alla dilatazione del tempo [Giuliani, ERQ FSE, p. 41].

- È possibile ricavare le equazioni di Hafele&Keating senza il formalismo spazio temporale.
- Si ricavano dapprima le formule dovute alla dilatazione del tempo [Giuliani, ERQ FSE. p. 41].
- Si introducono poi le correzioni dovute all'influenza della gravitazione sul periodo fondamentale degli orologi.

- È possibile ricavare le equazioni di Hafele&Keating senza il formalismo spazio temporale.
- Si ricavano dapprima le formule dovute alla dilatazione del tempo [Giuliani, ERQ FSE, p. 41].
- Si introducono poi le correzioni dovute all'influenza della gravitazione sul periodo fondamentale degli orologi.
- È possibile ricavare queste correzioni usando solo la relatività speciale [Giuliani, ERQ -FSE, p. 276].

• In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

• In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

• Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

Giuseppe Giuliani http://fisica.unipv.it/percorsi La misura degli intervalli di tempo: teoria ed esperimento

• In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

• Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

• dove T_0 è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.

41 / 49

Giuseppe Giuliani http://fisica.unipv.it/percorsi La misura degli intervalli di tempo: teoria ed esperimento 2 marzo 2021

• In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

• Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

- dove T_0 è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.
- Quindi, in relatività generale, non ha cittadinanza il concetto di orologio ideale, cioè di un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.

41 / 49

• In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

• Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

- dove T_0 è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.
- Quindi, in relatività generale, non ha cittadinanza il concetto di orologio ideale, cioè di un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.
- Non solo: è necessario assumere a meno di non abbandonarsi alla ricerca,
 epistemologicamente insoddisfacente, di orologi che soddisfino l'equazione precedente –
 che la gravità modifica il periodo fondamentale di ogni classe di orologi allo stesso modo.

Il tempo nella relatività generale

• In un punto qualsiasi dello spazio - tempo, è sempre possibile scegliere un sistema di assi coordinati tale che la metrica si riduca alla forma:

$$ds^2 = g_{00}c^2dt^2 - g_{11}dx_1^2 - g_{22}dx_2^2 - g_{33}dx_3^2$$

• Ne segue che il periodo fondamentale di un orologio è dato da:

$$T_{grav} = \frac{T_0}{\sqrt{g_{00}}} > T_0$$

- dove T_0 è il periodo fondamentale dello stesso orologio in assenza di gravità.
- Quindi, in relatività generale, non ha cittadinanza il concetto di orologio ideale, cioè di un orologio il cui periodo fondamentale non è modificato da alcuna interazione fisica.
- Non solo: è necessario assumere a meno di non abbandonarsi alla ricerca. epistemologicamente insoddisfacente, di orologi che soddisfino l'equazione precedente – che la gravità modifica il periodo fondamentale di ogni classe di orologi allo stesso modo.
- Tuttavia, è necessario comprendere come la gravità possa modificare il periodo fondamentale degli orologi.

Orologio atomico e gravità

• L'energia a riposo di un atomo posto in un campo gravitazionale statico e debole è data da:

$$E_{grav} = Mc^2 \sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}$$

dove M è la massa dell'atomo e χ è il potenziale gravitazionale newtoniano. Si noti che il potenziale gravitazionale ha le dimensioni di una velocità al quadrato ed è negativo.

Orologio atomico e gravità

 L'energia a riposo di un atomo posto in un campo gravitazionale statico e debole è data da:

$$E_{grav} = Mc^2 \sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}$$

dove M è la massa dell'atomo e χ è il potenziale gravitazionale newtoniano. Si noti che il potenziale gravitazionale ha le dimensioni di una velocità al quadrato ed è negativo.

• Se l'atomo è eccitato, questa equazione assume la forma:

$$E_{grav} = (mc^2 + \Delta E_0)\sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2}}$$

dove m è la massa dell'atomo non eccitato e ΔE_0 è la differenza di energia tra lo stato eccitato dell'atomo e lo stato fondamentale in assenza di gravità.

Orologio atomico e gravità. Il

• Pertanto, la frequenza della transizione elettronica considerata è data da:

$$u_{ extit{grav}} =
u_0 \sqrt{1 + rac{2\chi}{c^2}}$$

dove ν_0 è la frequenza in assenza di gravità e...

Orologio atomico e gravità. Il

• Pertanto, la frequenza della transizione elettronica considerata è data da:

$$u_{ extit{grav}} =
u_0 \sqrt{1 + rac{2\chi}{c^2}}$$

dove ν_0 è la frequenza in assenza di gravità e. . .

• il periodo fondamentale dell'orologio sarà allora dato da:

$$T_{grav} = rac{T_0}{\sqrt{1+rac{2\chi}{c^2}}} pprox T_0(1-rac{\chi}{c^2})$$

se T_0 è il periodo in assenza di gravità.

43 / 49

Giuseppe Giuliani http://fisica.unipv.it/percorsi La misura degli intervalli di tempo: teoria ed esperimento 2 marzo 2021

• La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 qui

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 qui
- Se due nuclei identici sono posti nei punti $R \in R + h$ sulla verticale [R distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto R verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto R + h

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 qui
- Se due nuclei identici sono posti nei punti $R \in R + h$ sulla verticale [R distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto R verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto R + h
- Infatti:

$$\Delta E(R+h) \approx \Delta E(R) \left(1 + \frac{gh}{c^2}\right)$$



44 / 49

- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 qui
- Se due nuclei identici sono posti nei punti R e R+h sulla verticale [R distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto R verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto R+h
- Infatti:

$$\Delta E(R+h) \approx \Delta E(R) \left(1 + \frac{gh}{c^2}\right)$$

• Se $h = 22.55 \text{m} \Rightarrow gh/c^2 = 2.46 \times 10^{-15}$



- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 qui
- Se due nuclei identici sono posti nei punti $R \in R + h$ sulla verticale [R distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto R verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto R + h
- Infatti:

$$\Delta E(R+h) \approx \Delta E(R) \left(1 + \frac{gh}{c^2}\right)$$

- Se $h = 22.55 \text{m} \Rightarrow gh/c^2 = 2.46 \times 10^{-15}$
- Pound e Rebka hanno usato i fotoni emessi senza rinculo per effetto Mössbauer da nuclei di *Fe*⁵⁷



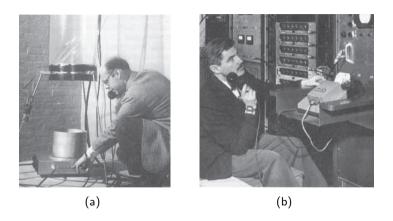
- La dipendenza dal potenziale gravitazionale dell'energia di un fotone emesso da un nucleo è stata verificata sperimentalmente - per la prima volta - da Pound e Rebka nel 1960 qui
- Se due nuclei identici sono posti nei punti R e R+h sulla verticale [R distanza dal centro della terra], l'energia del fotone emesso dal nucleo collocato nel punto R verso l'alto non è sufficiente per essere assorbito dal nucleo posto nel punto R+h
- Infatti:

$$\Delta E(R+h) \approx \Delta E(R) \left(1 + \frac{gh}{c^2}\right)$$

- Se $h = 22.55 \text{m} \Rightarrow gh/c^2 = 2.46 \times 10^{-15}$
- ullet Pound e Rebka hanno usato i fotoni emessi senza rinculo per effetto Mössbauer da nuclei di Fe^{57}
- Recentemente, il red shift gravitazionale è stato misurato usando ioni di alluminio intrappolati, posti ad una distanza, sulla verticale, di 17cm qui



Giuseppe Giuliani http://fisica.unipv.it/percorsi La misura degli intervalli di tempo: teoria ed esperimento 2 marzo 2021 44/49



Robert Pound (a) e Glen Rebka (b)

Red shift con la relatività speciale

• Si consideri un atomo eccitato posto nel campo gravitazionale della Terra e si suppongano entrambi a riposo nel sistema di riferimento scelto. L'energia a riposo del complesso (atomo + Terra) sarà allora data da:

$$\mathcal{E}_0 = Mc^2 + \left(mc^2 + \Delta E\right) - \frac{GM}{r}\left(m + \frac{\Delta E}{c^2}\right)$$

46 / 49

Red shift con la relatività speciale

 Si consideri un atomo eccitato posto nel campo gravitazionale della Terra e si suppongano entrambi a riposo nel sistema di riferimento scelto. L'energia a riposo del complesso (atomo + Terra) sarà allora data da:

$$\mathcal{E}_0 = Mc^2 + \left(mc^2 + \Delta E\right) - \frac{GM}{r}\left(m + \frac{\Delta E}{c^2}\right)$$

• L'energia disponibile per l'emissione di un fotone da parte dell'atomo – o quella necessaria per il suo assorbimento – sarà quindi:

$$\Delta E(r) = \Delta E \left(1 - \frac{GM}{r} \frac{1}{c^2} \right) = \Delta E \left(1 + \frac{\chi(r)}{c^2} \right)$$

dove χ è il potenziale gravitazionale della Terra nel punto distante r dal suo centro.

ロト 4回ト 4 ヨト 4 ヨト ヨ めの()

• L'orologio a pendolo non soddisfa la relazione prevista dalla relatività generale, perché esso funziona solo in presenza di gravità.

- L'orologio a pendolo non soddisfa la relazione prevista dalla relatività generale, perché esso funziona solo in presenza di gravità.
- Inoltre il suo periodo dipende dalla accelerazione di gravità e non dal potenziale gravitazionale.

47 / 49

- L'orologio a pendolo non soddisfa la relazione prevista dalla relatività generale, perché esso funziona solo in presenza di gravità.
- Inoltre il suo periodo dipende dalla accelerazione di gravità e non dal potenziale gravitazionale.
- Gli orologi al quarzo si comportano come gli orologi che usano la radiazione elettromagnetica come campione di freguenza Horizons Spacecraft.

- L'orologio a pendolo non soddisfa la relazione prevista dalla relatività generale, perché esso funziona solo in presenza di gravità.
- Inoltre il suo periodo dipende dalla accelerazione di gravità e non dal potenziale gravitazionale.
- Gli orologi al quarzo si comportano come gli orologi che usano la radiazione elettromagnetica come campione di freguenza Horizons Spacecraft.
- Sarebbe interessante verificare se la vita media di particelle instabili dipende dal potenziale gravitazionale.
- Purtroppo, l'accuratezza con cui è nota la vita media dei muoni è dell'ordine di 10^{-6} . mentre – per esempio – la variazione del termine χ/c^2 dovuta al moto orbitale terrestre è dell'ordine di 10^{-12} .

• II GPS (Global Positioning System) tiene conto della dilatazione del tempo e dell'influenza del potenziale gravitazionale sul periodo fondamentale degli orologi atomici [Ashby, 2003].

 II GPS (Global Positioning System) tiene conto della dilatazione del tempo e dell'influenza del potenziale gravitazionale sul periodo fondamentale degli orologi atomici [Ashby, 2003].

$$d au = rac{ds}{c} pprox \left[1 + rac{\left(V - \Phi_0\right)}{c^2} - rac{v^2}{2c^2}
ight] dt$$

dove $d\tau$ è l'intervallo di tempo proprio misurato da un orologio su un satellite: V è il potenziale gravitazionale della Terra; Φ_0 il potenziale gravitazionale effettivo sul geoide (in un sistema rotante con la Terra); dt è invece il corrispondente intervallo di tempo misurato da un orologio in quiete sul geoide.

 II GPS (Global Positioning System) tiene conto della dilatazione del tempo e dell'influenza del potenziale gravitazionale sul periodo fondamentale degli orologi atomici [Ashby, 2003].

$$d au = rac{ds}{c} pprox \left[1 + rac{\left(V - \Phi_0\right)}{c^2} - rac{v^2}{2c^2}
ight] dt$$

dove $d\tau$ è l'intervallo di tempo proprio misurato da un orologio su un satellite: V è il potenziale gravitazionale della Terra; Φ_0 il potenziale gravitazionale effettivo sul geoide (in un sistema rotante con la Terra); dt è invece il corrispondente intervallo di tempo misurato da un orologio in quiete sul geoide.

Quindi, il GPS è una applicazione pratica della relatività nella vita quotidiana.

48 / 49

 II GPS (Global Positioning System) tiene conto della dilatazione del tempo e dell'influenza del potenziale gravitazionale sul periodo fondamentale degli orologi atomici [Ashby, 2003].

$$d au = rac{ds}{c} pprox \left[1 + rac{\left(V - \Phi_0\right)}{c^2} - rac{v^2}{2c^2}
ight] dt$$

dove $d\tau$ è l'intervallo di tempo proprio misurato da un orologio su un satellite: V è il potenziale gravitazionale della Terra; Φ_0 il potenziale gravitazionale effettivo sul geoide (in un sistema rotante con la Terra); dt è invece il corrispondente intervallo di tempo misurato da un orologio in quiete sul geoide.

- Quindi, il GPS è una applicazione pratica della relatività nella vita quotidiana.
- Tuttavia, non si deve dimenticare il fatto che la luce stessa è un fenomeno relativistico perché la sua velocità di propagazione nel vuoto è una velocità limite.

Bibliografia

Giuliani G 2019 Elettromagnetismo, relatività, quanti - Fisica, storia epistemologia, Pavia: Pavia University Press online qui

Buonaura B, Giuliani G 2016 Wave and photon descriptions of light: historical highlights, epistemological aspects and teaching practices Eur. J. Phys., 37 055303