

# La riga $H_\alpha$ dell'atomo di idrogeno, tra esperimenti e teorie

AIF - XXIII Scuola di Storia della Fisica - Fermo

Giuseppe Giuliani

Precedentemente, Dipartimento di Fisica, Pavia  
Gruppo AIF - Storia della Fisica  
Gruppo di studio Fisica-Storia-Epistemologia

28 febbraio 2025

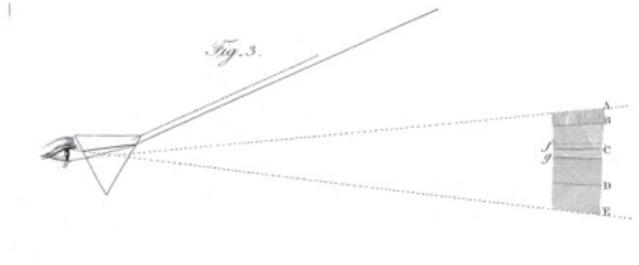
## L'idrogeno è l'atomo più semplice. . .

In quanto il più semplice degli atomi stabili, l'idrogeno permette confronti unici tra esperimenti spettroscopici e teorie fondamentali. La spettroscopia dell'idrogeno ha svolto un ruolo centrale nello sviluppo della meccanica quantica e della fisica atomica. L'interpretazione delle regolarità dello spettro visibile di Balmer dell'idrogeno ha ispirato diverse innovazioni concettuali, da Bohr e dalla vecchia teoria dei quanti alle teorie di Sommerfeld, de Broglie, Schrödinger e Dirac sino alla scoperta del Lamb - shift e allo sviluppo della moderna elettrodinamica quantica.

Theodor Hänsch [Laser Spectroscopy in Atomic Hydrogen-1994]

# Righe nere nello spettro solare I

Nel 1802, William Hyde Wollaston (1766 - 1828) osserva alcune righe nere che interrompono la continuità dello spettro della luce solare osservato da Newton.

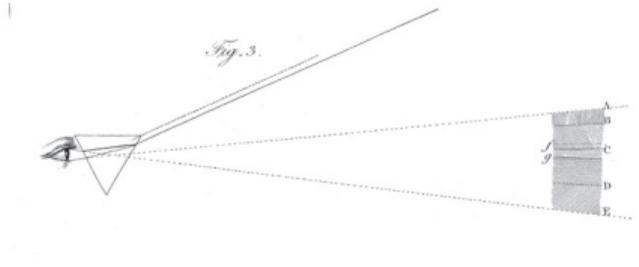


Righe nere osservate da Wollaston nello spettro solare. Disegno tratto da [Wollaston](#).

- Wollaston descrive le righe nere osservate come 'interruzioni' del continuo newtoniano che separano i vari colori.

# Righe nere nello spettro solare I

Nel 1802, William Hyde Wollaston (1766 - 1828) osserva alcune righe nere che interrompono la continuità dello spettro della luce solare osservato da Newton.

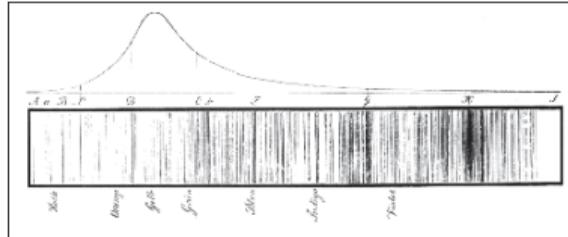


Righe nere osservate da Wollaston nello spettro solare. Disegno tratto da [Wollaston](#).

- Wollaston descrive le righe nere osservate come 'interruzioni' del continuo newtoniano che separano i vari colori.
- E' interessante osservare come solo agli inizi dell'Ottocento si sia cominciato ad usare, nelle misure spettroscopiche, una (stretta) fenditura rettangolare, al posto del foro circolare usato da Newton.

# Righe nere nello spettro solare II

Joseph von Fraunhofer (1787 - 1826) nel 1814 osserva diverse centinaia di righe nere nello spettro solare **Fraunhofer**.

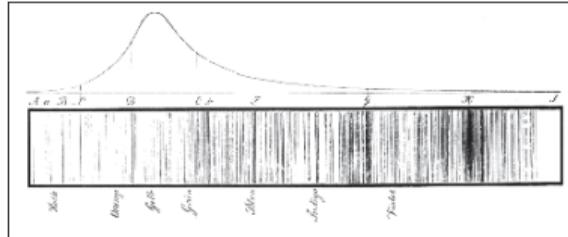


Disegno di Fraunhofer delle righe nere osservate.

- La scoperta di Wollaston è stata casuale. Wollaston era interessato allo studio del potere dispersivo di vari materiali.

# Righe nere nello spettro solare II

Joseph von Fraunhofer (1787 - 1826) nel 1814 osserva diverse centinaia di righe nere nello spettro solare **Fraunhofer**.

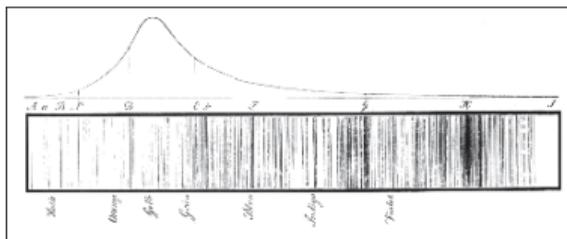


Disegno di Fraunhofer delle righe nere osservate.

- La scoperta di Wollaston è stata casuale. Wollaston era interessato allo studio del potere dispersivo di vari materiali.
- I tempi non erano maturi per trovare una spiegazione delle righe osservate: rimarranno per molti decenni come indecifrabili impronte lasciate dagli atomi.

# Righe nere nello spettro solare II

Joseph von Fraunhofer (1787 - 1826) nel 1814 osserva diverse centinaia di righe nere nello spettro solare **Fraunhofer**.



Disegno di Fraunhofer delle righe nere osservate.

- La scoperta di Wollaston è stata casuale. Wollaston era interessato allo studio del potere dispersivo di vari materiali.
- I tempi non erano maturi per trovare una spiegazione delle righe osservate: rimarranno per molti decenni come indecifrabili impronte lasciate dagli atomi.
- Un'interpretazione assai parziale delle righe nere, poi dette di Fraunhofer, è attribuita a Gustav Robert Kirchhof (1824 - 1887): i corpi assorbono le radiazioni che sono in grado di emettere (1859 - 1860). Tuttavia, anche Ångström e Foucault avevano avanzato la stessa ipotesi.

- Elementi dispersivi: prismi, reticoli di diffrazione per riflessione, échelon

## Stato dell'arte, 1890 circa

- Elementi dispersivi: prismi, reticoli di diffrazione per riflessione, échelon
- Rivelatori: lastre fotografiche, bolometro

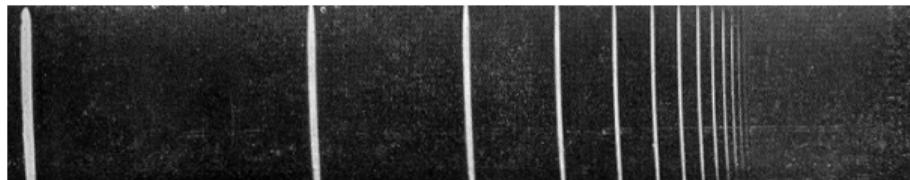
## Stato dell'arte, 1890 circa

- Elementi dispersivi: prismi, reticoli di diffrazione per riflessione, échelon
- Rivelatori: lastre fotografiche, bolometro
- Righe di emissione/assorbimento di elementi: Wollastone, Fraunhofer, Kirchhoff, Bunsen, luce prodotta dalle scariche elettriche nei gas rarefatti

## Stato dell'arte, 1890 circa

- Elementi dispersivi: prismi, reticoli di diffrazione per riflessione, échelon
- Rivelatori: lastre fotografiche, bolometro
- Righe di emissione/assorbimento di elementi: Wollastone, Fraunhofer, Kirchhoff, Bunsen, luce prodotta dalle scariche elettriche nei gas rarefatti
- Emissione di onde elettromagnetiche da parte di una carica elettrica accelerata, in particolare, da parte di una carica elettrica in moto armonico: la frequenza dell'onda emessa è la stessa dell'oscillazione della carica

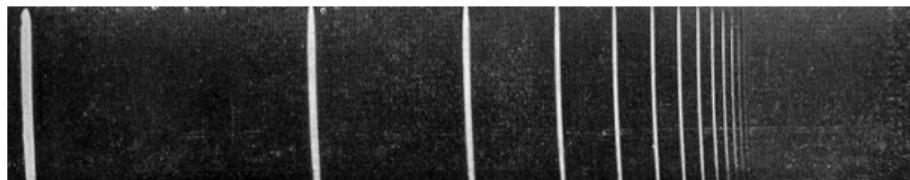
# La “Serie di Balmer” dell’atomo di idrogeno



La riga  $H_{\alpha}$  è la prima a sinistra e corrisponde alla lunghezza d'onda  $\lambda = 656.28\text{nm}$  [G. Herzberg, 1927].

- $$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - m^2}$$

## La “Serie di Balmer” dell’atomo di idrogeno

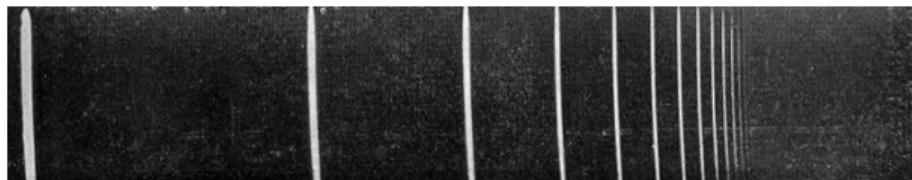


La riga  $H_{\alpha}$  è la prima a sinistra e corrisponde alla lunghezza d’onda  $\lambda = 656.28\text{nm}$  [G. Herzberg, 1927].

- $$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - m^2}$$

- dove  $B = 364.56\text{nm}$  è il cosiddetto limite della serie (di Balmer) [Johann Jakob Balmer, 1885]

## La “Serie di Balmer” dell’atomo di idrogeno

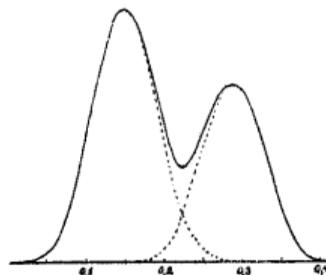


La riga  $H_{\alpha}$  è la prima a sinistra e corrisponde alla lunghezza d'onda  $\lambda = 656.28\text{nm}$  [G. Herzberg, 1927].

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - m^2}$$

- dove  $B = 364.56\text{nm}$  è il cosiddetto limite della serie (di Balmer) [Johann Jakob Balmer, 1885]
- Oggi diremmo che la serie di Balmer, in emissione, è dovuta a transizioni da livelli energetici più elevati al livello  $n = 2$  del modello di Bohr

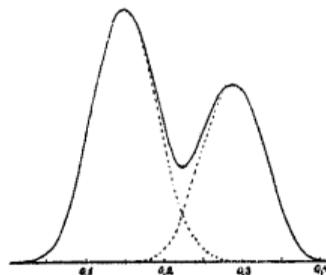
# Il doppietto di Michelson



Nel 1892, Michelson osserva – con metodi interferometrici – che la riga  $H_\alpha$  (della serie di Balmer) dell'atomo di idrogeno **appare come** costituita da un doppietto.

- L'uso dell'interferometro di Michelson per misure spettroscopiche trovò la sua applicazione più nota nel caso dell'effetto Zeeman (1896)

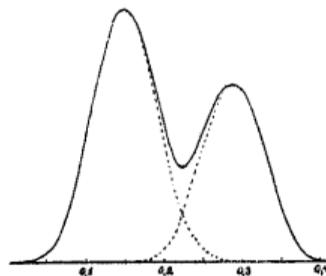
# Il doppietto di Michelson



Nel 1892, Michelson osserva – con metodi interferometrici – che la riga  $H_{\alpha}$  (della serie di Balmer) dell'atomo di idrogeno **appare come** costituita da un doppietto.

- L'uso dell'interferometro di Michelson per misure spettroscopiche trovò la sua applicazione più nota nel caso dell'effetto Zeeman (1896)
- La tecnica della “spettroscopia interferometrica” richiedeva di ‘tradurre’ i dati sulla visibilità delle frange di interferenza in intensità della luce in funzione della sua frequenza

# Il doppietto di Michelson



Nel 1892, Michelson osserva – con metodi interferometrici – che la riga  $H_{\alpha}$  (della serie di Balmer) dell'atomo di idrogeno **appare come** costituita da un doppietto.

- L'uso dell'interferometro di Michelson per misure spettroscopiche trovò la sua applicazione più nota nel caso dell'effetto Zeeman (1896)
- La tecnica della “spettroscopia interferometrica” richiedeva di ‘tradurre’ i dati sulla visibilità delle frange di interferenza in intensità della luce in funzione della sua frequenza
- Allo scopo, Michelson ideò e fece costruire un “harmonic analyzer”: un dispositivo meccanico in grado di effettuare la sintesi e l'analisi di Fourier di un segnale.

# L' harmonic analyzer di Michelson I

- Le caratteristiche dello strumento sono illustrate da Michelson [anche] nel libro [Light Waves and Their Uses](#), pubblicato nel 1903 [qui](#)

# L' harmonic analyzer di Michelson I

- Le caratteristiche dello strumento sono illustrate da Michelson [anche] nel libro [Light Waves and Their Uses](#), pubblicato nel 1903 [qui](#)
- Nel 2014, Bill Hammack, Steve Kranz e Bruce Carpenter hanno restaurato un harmonic analyzer prodotto dalla ditta Gaertner e conservato presso il dipartimento di matematica dell'Illinois University

# L' harmonic analyzer di Michelson I

- Le caratteristiche dello strumento sono illustrate da Michelson [anche] nel libro [Light Waves and Their Uses](#), pubblicato nel 1903 [qui](#)
- Nel 2014, Bill Hammack, Steve Kranz e Bruce Carpenter hanno restaurato un harmonic analyzer prodotto dalla ditta Gaertner e conservato presso il dipartimento di matematica dell'Illinois University
- In [questo](#) video sono efficacemente illustrate le caratteristiche dello strumento

# L' harmonic analyzer di Michelson I

- Le caratteristiche dello strumento sono illustrate da Michelson [anche] nel libro *Light Waves and Their Uses*, pubblicato nel 1903 [qui](#)
- Nel 2014, Bill Hammack, Steve Kranz e Bruce Carpenter hanno restaurato un harmonic analyzer prodotto dalla ditta Gaertner e conservato presso il dipartimento di matematica dell'Illinois University
- In [questo](#) video sono efficacemente illustrate le caratteristiche dello strumento
- Il [libro](#) che illustra lo strumento contiene anche un epigramma dedicato a Michelson:

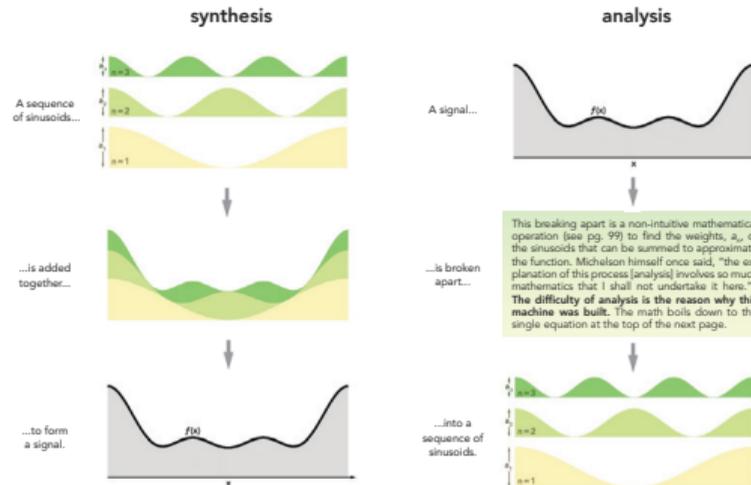
What manner of man was so wise,  
As to make a machine Synthesize?  
With springs and levers it combines  
Weighted sines or cosines  
And most wondrous of all: Analyze!

## L' harmonic analyzer di Michelson II

- Un analizzatore armonico può eseguire due operazioni correlate: può sommare seni o coseni ponderati per produrre una funzione (sintesi di Fourier), e può eseguire l'operazione inversa di scomporre una determinata funzione nelle sue sinusoidi costituenti (analisi di Fourier)

# L' harmonic analyzer di Michelson II

- Un analizzatore armonico può eseguire due operazioni correlate: può sommare seni o coseni ponderati per produrre una funzione (sintesi di Fourier), e può eseguire l'operazione inversa di scomporre una determinata funzione nelle sue sinusoidi costituenti (analisi di Fourier)
- In particolare, data una qualsiasi funzione periodica pari o dispari, l'analizzatore armonico è in grado di calcolare la ponderazione corretta da utilizzare per approssimare tale funzione mediante una serie di coseni o seni



## L' harmonic analyzer di Michelson III

“Quale sarà l'effetto sui fenomeni di interferenza se la nostra sorgente luminosa emette due treni d'onda omogenei con periodi leggermente diversi? È evidente che ciascun treno produrrà autonomamente il proprio sistema di frange d'interferenza. Questi due sistemi di frange coincideranno tra loro quando la differenza tra le lunghezze dei due percorsi ottici nell'interferometro è zero. Tuttavia, quando questa differenza di percorso viene aumentata, i due sistemi di frange si spostano attraverso il campo visivo con velocità diverse, poiché sono generati da onde di periodi differenti. Di conseguenza, un sistema prima o poi supererà l'altro di mezza frangia, ovvero i due sistemi si sovrapporranno in modo tale che una banda luminosa di uno coincida con una banda scura dell'altro. Quando ciò accade, le frange d'interferenza scompaiono. È inoltre chiaro che la differenza di percorso necessaria per ottenere questo risultato dipende interamente dalla differenza nei periodi dei due treni d'onda, cioè dalla differenza nelle lunghezze d'onda, e che questa scomparsa delle frange si verifica quando la differenza di percorso contiene mezza lunghezza d'onda in più delle onde più corte rispetto a quelle più lunghe [LW, p. 64]”

# Sintesi e analisi II

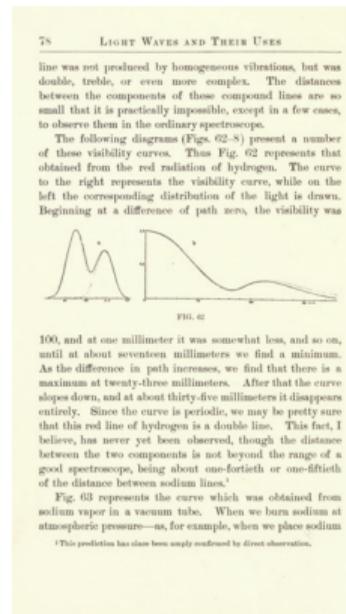
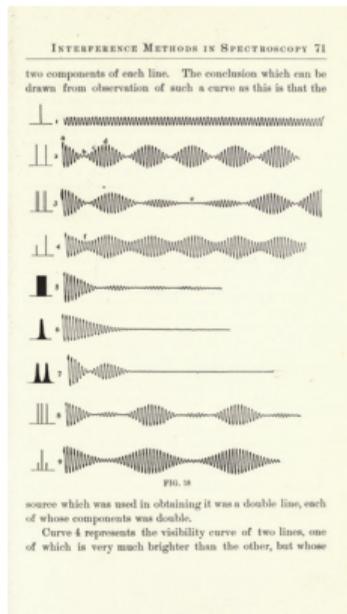
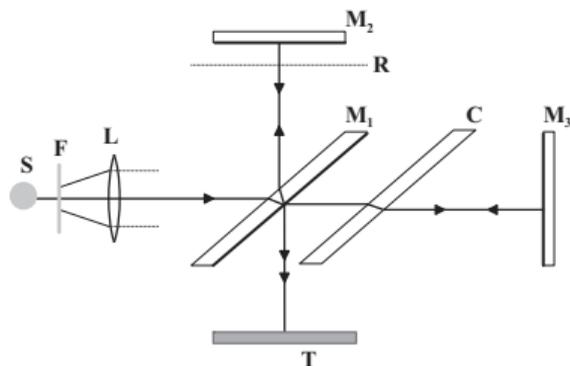


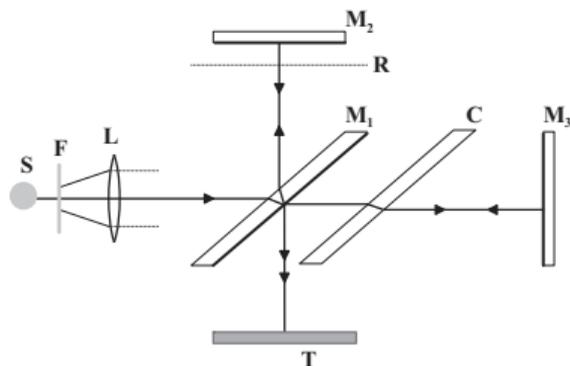
Figura: Sintesi (a sinistra) e analisi (a destra)

# Interferometro di Michelson. I



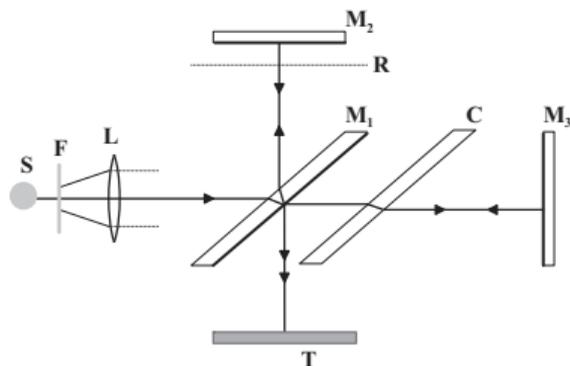
- $C$  è una lastra di vetro (compensatore) identica a  $M_1$ , ma non argentata: la sua funzione è di rendere uguali i cammini attraverso il vetro dei due fasci (quello verso  $M_2$  e quello verso  $M_3$ )

# Interferometro di Michelson. I



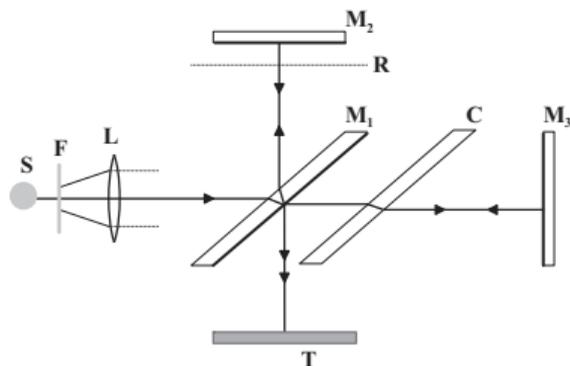
- $C$  è una lastra di vetro (compensatore) identica a  $M_1$ , ma non argentata: la sua funzione è di rendere uguali i cammini attraverso il vetro dei due fasci (quello verso  $M_2$  e quello verso  $M_3$ )
- Ai fini del calcolo dei cammini percorsi dai due fasci  $O$  e  $V$ , è utile considerare il piano  $R$  che è il piano in cui l'immagine di  $M_3$  viene riflessa da  $M_1$ :  $R$  si chiama *piano di riferimento*

# Interferometro di Michelson. I



- $C$  è una lastra di vetro (compensatore) identica a  $M_1$ , ma non argentata: la sua funzione è di rendere uguali i cammini attraverso il vetro dei due fasci (quello verso  $M_2$  e quello verso  $M_3$ )
- Ai fini del calcolo dei cammini percorsi dai due fasci  $O$  e  $V$ , è utile considerare il piano  $R$  che è il piano in cui l'immagine di  $M_3$  viene riflessa da  $M_1$ :  $R$  si chiama *piano di riferimento*
- Quando la posizione dello specchio  $M_2$  coincide con il piano di riferimento  $R$ , i cammini ottici dei due fasci sono identici.

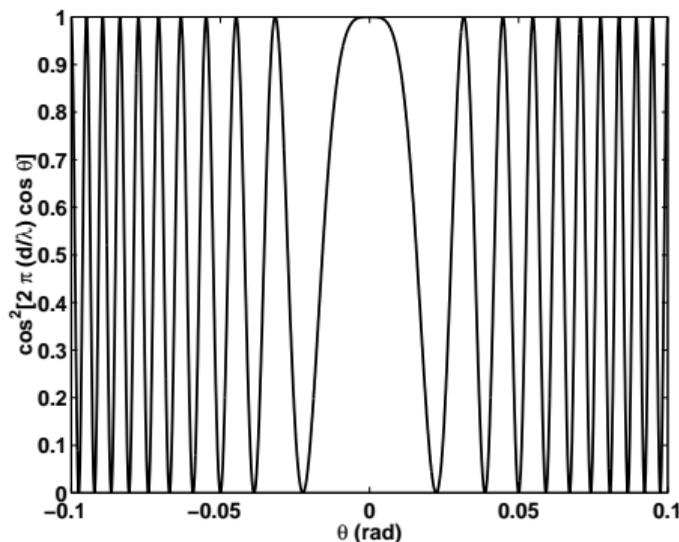
# Interferometro di Michelson. I



- $C$  è una lastra di vetro (compensatore) identica a  $M_1$ , ma non argentata: la sua funzione è di rendere uguali i cammini attraverso il vetro dei due fasci (quello verso  $M_2$  e quello verso  $M_3$ )
- Ai fini del calcolo dei cammini percorsi dai due fasci  $O$  e  $V$ , è utile considerare il piano  $R$  che è il piano in cui l'immagine di  $M_3$  viene riflessa da  $M_1$ :  $R$  si chiama *piano di riferimento*
- Quando la posizione dello specchio  $M_2$  coincide con il piano di riferimento  $R$ , i cammini ottici dei due fasci sono identici.
- Se il fascio di luce uscente dalla lente  $L$  fosse esattamente parallelo, sullo schermo  $T$  – al variare della distanza tra i due specchi – si vedrebbe una alternanza di luce e buio, passando attraverso le intensità intermedie: non si osserverebbero frange di interferenza

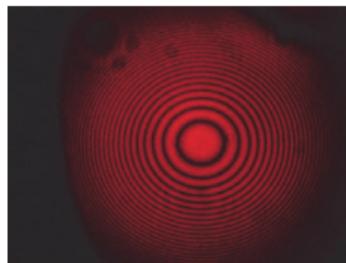
## Interferometro di Michelson. II

Se indichiamo con  $\theta$  l'angolo di incidenza della luce sullo specchio  $M_2$  e sul piano di riferimento  $R$ , allora la condizione di interferenza costruttiva sullo schermo  $T$  è data dall'equazione:  $2d \cos \theta = n\lambda$ , dove  $d$  è la distanza tra  $M_2$  e  $R$



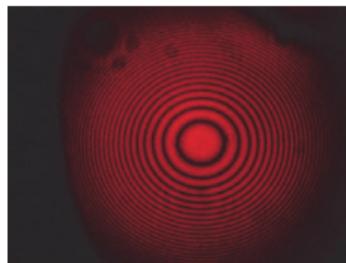
andamento dell'intensità che si osserverebbe con un interferometro di Michelson con luce rigorosamente monocromatica e con  $d/\lambda = 1000$ .

## Interferometro di Michelson. III



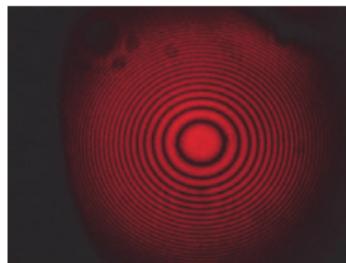
- Tipica figura di interferenza ottenuta con un interferometro di Michelson

## Interferometro di Michelson. III



- Tipica figura di interferenza ottenuta con un interferometro di Michelson
- Variando la distanza  $d$ , le frange si spostano: fissando il massimo centrale, si contano, per esempio, 100 apparizioni del massimo centrale

## Interferometro di Michelson. III



- Tipica figura di interferenza ottenuta con un interferometro di Michelson
- Variando la distanza  $d$ , le frange si spostano: fissando il massimo centrale, si contano, per esempio, 100 apparizioni del massimo centrale
- Allora vale la relazione:  $\Delta d = 50\lambda$ , dalla quale, misurato  $\Delta d$  si ricava  $\lambda$

# Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno

- Secondo il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno, i livelli energetici sono dati dall'equazione

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$$

# Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno

- Secondo il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno, i livelli energetici sono dati dall'equazione

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$$

- La frequenza della radiazione emessa durante il passaggio dall'orbita  $n_i$  all'orbita  $n_f$ , con  $n_i > n_f$ , è data da:

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

# Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno

- Secondo il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno, i livelli energetici sono dati dall'equazione

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$$

- La frequenza della radiazione emessa durante il passaggio dall'orbita  $n_i$  all'orbita  $n_f$ , con  $n_i > n_f$ , è data da:

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

- Cioè:

$$\nu = R_\infty c \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad R_\infty \text{ costante di Rydberg}$$

# Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno

- Secondo il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno, i livelli energetici sono dati dall'equazione

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$$

- La frequenza della radiazione emessa durante il passaggio dall'orbita  $n_i$  all'orbita  $n_f$ , con  $n_i > n_f$ , è data da:

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

- Cioè:

$$\nu = R_\infty c \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad R_\infty \text{ costante di Rydberg}$$

- Il rapporto tra la velocità dell'elettrone sulla prima orbita di Bohr (stato fondamentale) e  $c$  è dato da:

$$\frac{v_{(n=1)}}{c} = \frac{e^2}{2h\epsilon_0 c} = \alpha \approx \frac{1}{137}$$

# Il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno

- Secondo il modello di Bohr dell'atomo di idrogeno, i livelli energetici sono dati dall'equazione

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$$

- La frequenza della radiazione emessa durante il passaggio dall'orbita  $n_i$  all'orbita  $n_f$ , con  $n_i > n_f$ , è data da:

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

- Cioè:

$$\nu = R_\infty c \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad R_\infty \text{ costante di Rydberg}$$

- Il rapporto tra la velocità dell'elettrone sulla prima orbita di Bohr (stato fondamentale) e  $c$  è dato da:

$$\frac{v_{(n=1)}}{c} = \frac{e^2}{2h\epsilon_0 c} = \alpha \approx \frac{1}{137}$$

- Come è noto, i livelli energetici del modello di Bohr coincidono con quelli previsti dalla teoria quantica non relativistica (Schrödinger)

## Grandezze fisiche significative del modello di Bohr

- I livelli energetici dell'atomo di idrogeno possono essere scritti in funzione della costante universale  $\alpha$ :

$$E_n = -m_e c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2}; \quad n = 1, 2, \dots$$

## Grandezze fisiche significative del modello di Bohr

- I livelli energetici dell'atomo di idrogeno possono essere scritti in funzione della costante universale  $\alpha$ :

$$E_n = -m_e c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2}; \quad n = 1, 2, \dots$$

- Si noti come in questa espressione compaia l'energia a riposo dell'elettrone  $m_e c^2$  e come essa mostri che l'energia dello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno è  $\approx 2.66 \times 10^{-5}$  l'energia a riposo dell'elettrone

## Grandezze fisiche significative del modello di Bohr

- I livelli energetici dell'atomo di idrogeno possono essere scritti in funzione della costante universale  $\alpha$ :

$$E_n = -m_e c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2}; \quad n = 1, 2, \dots$$

- Si noti come in questa espressione compaia l'energia a riposo dell'elettrone  $m_e c^2$  e come essa mostri che l'energia dello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno è  $\approx 2.66 \times 10^{-5}$  l'energia a riposo dell'elettrone
- Il raggio della prima orbita  $r_0 = 0.529 \times 10^{-10}$  m

## Grandezze fisiche significative del modello di Bohr

- I livelli energetici dell'atomo di idrogeno possono essere scritti in funzione della costante universale  $\alpha$ :

$$E_n = -m_e c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2}; \quad n = 1, 2, \dots$$

- Si noti come in questa espressione compaia l'energia a riposo dell'elettrone  $m_e c^2$  e come essa mostri che l'energia dello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno è  $\approx 2.66 \times 10^{-5}$  l'energia a riposo dell'elettrone
- Il raggio della prima orbita  $r_0 = 0.529 \times 10^{-10}$  m
- individua l'ordine di grandezza delle dimensioni di un atomo; individua la distanza dal nucleo più probabile per l'elettrone (Schrödinger)

## Grandezze fisiche significative del modello di Bohr

- I livelli energetici dell'atomo di idrogeno possono essere scritti in funzione della costante universale  $\alpha$ :

$$E_n = -m_e c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2}; \quad n = 1, 2, \dots$$

- Si noti come in questa espressione compaia l'energia a riposo dell'elettrone  $m_e c^2$  e come essa mostri che l'energia dello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno è  $\approx 2.66 \times 10^{-5}$  l'energia a riposo dell'elettrone
- Il raggio della prima orbita  $r_0 = 0.529 \times 10^{-10}$  m
- individua l'ordine di grandezza delle dimensioni di un atomo; individua la distanza dal nucleo più probabile per l'elettrone (Schrödinger)
- La velocità dell'elettrone sulla prima orbita  $v_0 \approx 1.1 \times 10^6 \text{ms}^{-1}$ ; individua l'ordine di grandezza della velocità degli elettroni negli stati legati (atomi, molecole, solidi)

## Grandezze fisiche significative del modello di Bohr

- I livelli energetici dell'atomo di idrogeno possono essere scritti in funzione della costante universale  $\alpha$ :

$$E_n = -m_e c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2}; \quad n = 1, 2, \dots$$

- Si noti come in questa espressione compaia l'energia a riposo dell'elettrone  $m_e c^2$  e come essa mostri che l'energia dello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno è  $\approx 2.66 \times 10^{-5}$  l'energia a riposo dell'elettrone
- Il raggio della prima orbita  $r_0 = 0.529 \times 10^{-10}$  m
- individua l'ordine di grandezza delle dimensioni di un atomo; individua la distanza dal nucleo più probabile per l'elettrone (Schrödinger)
- La velocità dell'elettrone sulla prima orbita  $v_0 \approx 1.1 \times 10^6 \text{ms}^{-1}$ ; individua l'ordine di grandezza della velocità degli elettroni negli stati legati (atomi, molecole, solidi)
- Il momento di dipolo magnetico associato all'elettrone sulla prima orbita, calcolato classicamente:  $\mu_B = e\hbar/2m_e$  (magnetone di Bohr, Pauli 1920); diventerà il momento magnetico intrinseco dell'elettrone (Kronig, Uhlenbeck&Goudsmith, 1925)

# Modello di Bohr ed esperimento I

- Bohr confronta il valore teorico della costante  $R_{\infty}c$  con il valore sperimentale (spettroscopico) e ottiene:

# Modello di Bohr ed esperimento I

- Bohr confronta il valore teorico della costante  $R_{\infty}c$  con il valore sperimentale (spettroscopico) e ottiene:
- $R_{\infty}^{theor}c = 3.1 \times 10^{15} \text{ Hz}$ ;       $R_{\infty}^{exp}c = 3.290 \times 10^{15} \text{ Hz}$

# Modello di Bohr ed esperimento I

- Bohr confronta il valore teorico della costante  $R_{\infty}c$  con il valore sperimentale (spettroscopico) e ottiene:
- $R_{\infty}^{theor}c = 3.1 \times 10^{15} \text{ Hz}$ ;       $R_{\infty}^{exp}c = 3.290 \times 10^{15} \text{ Hz}$
- Il commento di Bohr: “L'accordo tra il valore teorico e quello sperimentale è all'interno dell'incertezza dovuta agli errori sperimentali nelle costanti che entrano nell'espressione del valore teorico.”

# Modello di Bohr ed esperimento I

- Bohr confronta il valore teorico della costante  $R_{\infty}c$  con il valore sperimentale (spettroscopico) e ottiene:
- $R_{\infty}^{theor}c = 3.1 \times 10^{15}$  Hz;       $R_{\infty}^{exp}c = 3.290 \times 10^{15}$  Hz
- Il commento di Bohr: “L'accordo tra il valore teorico e quello sperimentale è all'interno dell'incertezza dovuta agli errori sperimentali nelle costanti che entrano nell'espressione del valore teorico.”
- Effettivamente, il valore teorico attuale di  $R_{\infty}c = 3.2898 \times 10^{15}$  è molto più vicino al valore sperimentale riportato da Bohr. La discrepanza tra teoria ed esperimento si riduce così dal  $5.77 \times 10^{-2}$  al  $6.07 \times 10^{-5}$

# Modello di Bohr ed esperimento I

- Bohr confronta il valore teorico della costante  $R_\infty c$  con il valore sperimentale (spettroscopico) e ottiene:
- $R_\infty^{theor} c = 3.1 \times 10^{15}$  Hz;       $R_\infty^{exp} c = 3.290 \times 10^{15}$  Hz
- Il commento di Bohr: “L'accordo tra il valore teorico e quello sperimentale è all'interno dell'incertezza dovuta agli errori sperimentali nelle costanti che entrano nell'espressione del valore teorico.”
- Effettivamente, il valore teorico attuale di  $R_\infty c = 3.2898 \times 10^{15}$  è molto più vicino al valore sperimentale riportato da Bohr. La discrepanza tra teoria ed esperimento si riduce così dal  $5.77 \times 10^{-2}$  al  $6.07 \times 10^{-5}$
- Il valore teorico appare comunque minore del valore sperimentale. Tale discrepanza, aumenterebbe se sostituissimo nell'espressione di  $R_\infty$  la massa dell'elettrone con la sua massa ridotta  $\mu = m_e m_p / (m_e + m_p)$ , se cioè usassimo  $R$  al posto di  $R_\infty$ .

# Modello di Bohr ed esperimento I

- Bohr confronta il valore teorico della costante  $R_{\infty}c$  con il valore sperimentale (spettroscopico) e ottiene:
- $R_{\infty}^{theor}c = 3.1 \times 10^{15}$  Hz;       $R_{\infty}^{exp}c = 3.290 \times 10^{15}$  Hz
- Il commento di Bohr: “L'accordo tra il valore teorico e quello sperimentale è all'interno dell'incertezza dovuta agli errori sperimentali nelle costanti che entrano nell'espressione del valore teorico.”
- Effettivamente, il valore teorico attuale di  $R_{\infty}c = 3.2898 \times 10^{15}$  è molto più vicino al valore sperimentale riportato da Bohr. La discrepanza tra teoria ed esperimento si riduce così dal  $5.77 \times 10^{-2}$  al  $6.07 \times 10^{-5}$
- Il valore teorico appare comunque minore del valore sperimentale. Tale discrepanza, aumenterebbe se sostituissimo nell'espressione di  $R_{\infty}$  la massa dell'elettrone con la sua massa ridotta  $\mu = m_e m_p / (m_e + m_p)$ , se cioè usassimo  $R$  al posto di  $R_{\infty}$ .
- Probabilmente, qualcosa sfugge al modello di Bohr

## Modello di Bohr ed esperimento II

- Complessivamente, l'accordo tra predizioni teoriche ed esperimento era da considerarsi sorprendente, anche perché nessuna altra teoria era in precedenza riuscita a fornire una spiegazione della struttura discreta degli spettri atomici.

## Modello di Bohr ed esperimento II

- Complessivamente, l'accordo tra predizioni teoriche ed esperimento era da considerarsi sorprendente, anche perché nessuna altra teoria era in precedenza riuscita a fornire una spiegazione della struttura discreta degli spettri atomici.
- Sussisteva, tuttavia, una discrepanza qualitativa: come abbiamo visto, già nel 1892, Michelson aveva mostrato, usando metodi interferometrici, che la riga  $H_{\alpha}$  dell'idrogeno appariva come costituita da un doppietto (come, peraltro, la riga gialla del sodio o la riga verde del mercurio)

## Modello di Bohr ed esperimento II

- Complessivamente, l'accordo tra predizioni teoriche ed esperimento era da considerarsi sorprendente, anche perché nessuna altra teoria era in precedenza riuscita a fornire una spiegazione della struttura discreta degli spettri atomici.
- Sussisteva, tuttavia, una discrepanza qualitativa: come abbiamo visto, già nel 1892, Michelson aveva mostrato, usando metodi interferometrici, che la riga  $H_{\alpha}$  dell'idrogeno appariva come costituita da un doppietto (come, peraltro, la riga gialla del sodio o la riga verde del mercurio)
- Bohr non cita questa discrepanza che, comunque, il suo modello non sarebbe stato in grado di eliminare

# Un confronto mancato I

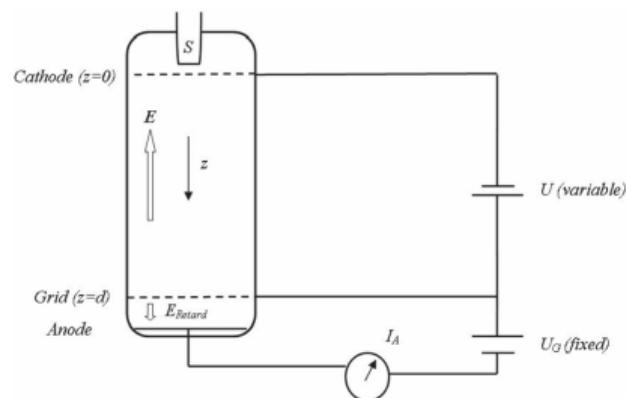


Figura tratta da: R. Robson et al., *Eur. Phys. J. D* (2014) 68: 188

- Nel 1914 James Franck e Gustav Hertz realizzarono un esperimento che corroborava la natura discreta dei livelli energetici degli atomi

# Un confronto mancato I

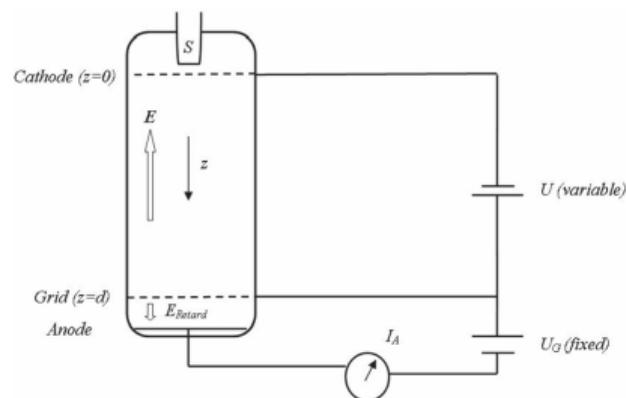


Figura tratta da: R. Robson et al., *Eur. Phys. J. D* (2014) 68: 188

- Nel 1914 James Franck e Gustav Hertz realizzarono un esperimento che corroborava la natura discreta dei livelli energetici degli atomi
- In un tubo a vuoto contenente vapori di mercurio a bassa pressione, la corrente tra catodo incandescente ed anodo era controllata da una griglia acceleratrice: l'anodo era posto ad una differenza di potenziale negativa rispetto alla griglia

# Un confronto mancato I

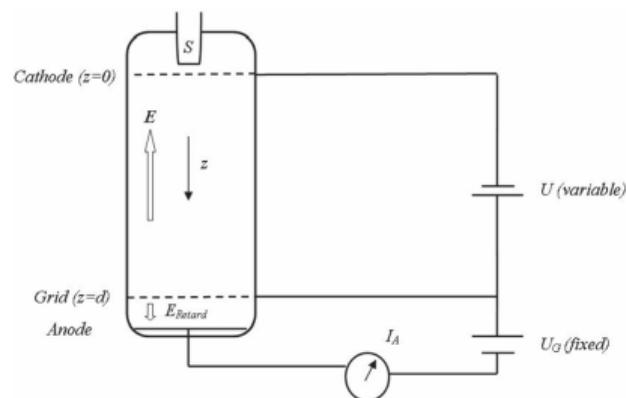


Figura tratta da: R. Robson et al., *Eur. Phys. J. D* (2014) 68: 188

- Nel 1914 James Franck e Gustav Hertz realizzarono un esperimento che corroborava la natura discreta dei livelli energetici degli atomi
- In un tubo a vuoto contenente vapori di mercurio a bassa pressione, la corrente tra catodo incandescente ed anodo era controllata da una griglia acceleratrice: l'anodo era posto ad una differenza di potenziale negativa rispetto alla griglia
- Con questa configurazione, solo gli elettroni con energia cinetica superiore a  $eU_G$  possono raggiungere l'anodo

## Un confronto mancato II

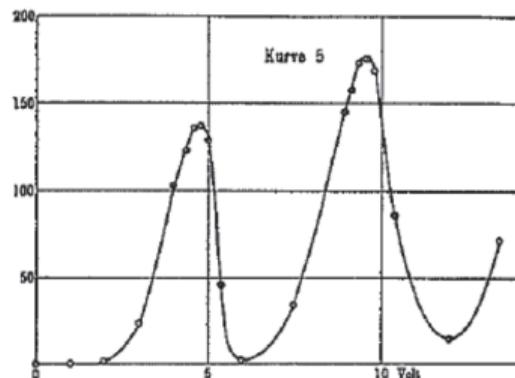


Figura tratta da: R. Robson et al., *Eur. Phys. J. D* (2014) 68: 188

- I picchi della curva corrente - ddp corrispondono all'urto anelastico tra elettroni e atomi di mercurio. l'energia cinetica persa dagli elettroni – pari a 4.9 eV – provoca la transizione degli atomi di mercurio dallo stato fondamentale al primo livello eccitato

## Un confronto mancato II

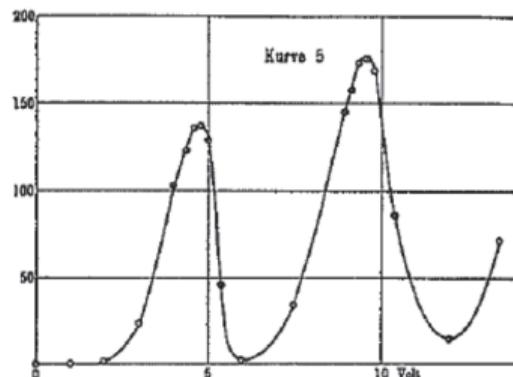


Figura tratta da: R. Robson et al., *Eur. Phys. J. D* (2014) 68: 188

- I picchi della curva corrente - ddp corrispondono all'urto anelastico tra elettroni e atomi di mercurio. l'energia cinetica persa dagli elettroni – pari a 4.9 eV – provoca la transizione degli atomi di mercurio dallo stato fondamentale al primo livello eccitato
- In corrispondenza al picco di corrente, fu osservata l'emissione di luce alla lunghezza d'onda di 253.7 nm

## Un confronto mancato II

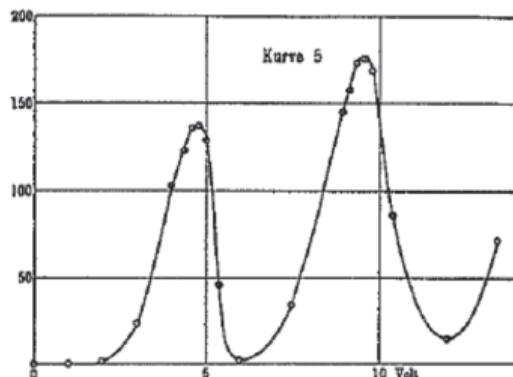


Figura tratta da: R. Robson et al., *Eur. Phys. J. D* (2014) 68: 188

- I picchi della curva corrente - ddp corrispondono all'urto anelastico tra elettroni e atomi di mercurio. l'energia cinetica persa dagli elettroni – pari a 4.9 eV – provoca la transizione degli atomi di mercurio dallo stato fondamentale al primo livello eccitato
- In corrispondenza al picco di corrente, fu osservata l'emissione di luce alla lunghezza d'onda di 253.7 nm
- Gli autori non confrontano i risultati del loro esperimento con le predizioni del modello di Bohr: “Successivamente, mi apparve del tutto incomprensibile che non avessimo riconosciuto il significato fondamentale della teoria di Bohr, al punto che non l'abbiamo mai citato nel lavoro pubblicato. [Franck, Nobel lecture]”

# Bohr: quanti di energia senza quantità di moto

- Nell'elettromagnetismo di fine Ottocento era previsto che la propagazione di energia elettromagnetica fosse accompagnata da una propagazione di quantità di moto (Poynting, 1895)

# Bohr: quanti di energia senza quantità di moto

- Nell'elettromagnetismo di fine Ottocento era previsto che la propagazione di energia elettromagnetica fosse accompagnata da una propagazione di quantità di moto (Poynting, 1895)
- In formula:

$$\vec{g} = \frac{1}{c^2} \vec{S} = \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}); \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

# Bohr: quanti di energia senza quantità di moto

- Nell'elettromagnetismo di fine Ottocento era previsto che la propagazione di energia elettromagnetica fosse accompagnata da una propagazione di quantità di moto (Poynting, 1895)

- In formula:

$$\vec{g} = \frac{1}{c^2} \vec{S} = \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}); \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

- Trattando un quanto di luce come una particella relativistica di massa nulla, si ottiene immediatamente che la quantità di moto di un quanto di luce è uguale a  $h\nu/c$

# Bohr: quanti di energia senza quantità di moto

- Nell'elettromagnetismo di fine Ottocento era previsto che la propagazione di energia elettromagnetica fosse accompagnata da una propagazione di quantità di moto (Poynting, 1895)

- In formula:

$$\vec{g} = \frac{1}{c^2} \vec{S} = \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}); \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

- Trattando un quanto di luce come una particella relativistica di massa nulla, si ottiene immediatamente che la quantità di moto di un quanto di luce è uguale a  $h\nu/c$
- La proposta di Stark (1909) di associare una quantità di moto  $(h\nu/c^2)c$  per spiegare in termini corpuscolari l'emissione di raggi X da parte di un tubo di Röntgen, dopo una vivacissima discussione con Sommerfeld, fu condannata all'oblio

# Bohr: quanti di energia senza quantità di moto

- Nell'elettromagnetismo di fine Ottocento era previsto che la propagazione di energia elettromagnetica fosse accompagnata da una propagazione di quantità di moto (Poynting, 1895)

- In formula:

$$\vec{g} = \frac{1}{c^2} \vec{S} = \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}); \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

- Trattando un quanto di luce come una particella relativistica di massa nulla, si ottiene immediatamente che la quantità di moto di un quanto di luce è uguale a  $h\nu/c$
- La proposta di Stark (1909) di associare una quantità di moto  $(h\nu/c^2)c$  per spiegare in termini corpuscolari l'emissione di raggi X da parte di un tubo di Röntgen, dopo una vivacissima discussione con Sommerfeld, fu condannata all'oblio
- Einstein associò ad un quanto di luce una quantità di moto  $h\nu/c$  all'interno della sua trattazione della radiazione di corpo nero in termini di probabilità di emissione/assorbimento da parte degli atomi contenuti nella cavità isoterma

# Bohr: quanti di energia senza quantità di moto

- Nell'elettromagnetismo di fine Ottocento era previsto che la propagazione di energia elettromagnetica fosse accompagnata da una propagazione di quantità di moto (Poynting, 1895)

- In formula:

$$\vec{g} = \frac{1}{c^2} \vec{S} = \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}); \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

- Trattando un quanto di luce come una particella relativistica di massa nulla, si ottiene immediatamente che la quantità di moto di un quanto di luce è uguale a  $h\nu/c$
- La proposta di Stark (1909) di associare una quantità di moto  $(h\nu/c^2)c$  per spiegare in termini corpuscolari l'emissione di raggi X da parte di un tubo di Röntgen, dopo una vivacissima discussione con Sommerfeld, fu condannata all'oblio
- Einstein associò ad un quanto di luce una quantità di moto  $h\nu/c$  all'interno della sua trattazione della radiazione di corpo nero in termini di probabilità di emissione/assorbimento da parte degli atomi contenuti nella cavità isoterma
- Nel 1922, Schrödinger descrisse l'effetto Doppler della radiazione emessa dagli atomi in moto scrivendo le equazioni di conservazione dell'energia e della quantità di moto e associando ai quanti di luce una quantità di moto  $h\nu/c$

# Bohr: quanti di energia senza quantità di moto

- Nell'elettromagnetismo di fine Ottocento era previsto che la propagazione di energia elettromagnetica fosse accompagnata da una propagazione di quantità di moto (Poynting, 1895)

- In formula:

$$\vec{g} = \frac{1}{c^2} \vec{S} = \epsilon_0 (\vec{E} \times \vec{B}); \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

- Trattando un quanto di luce come una particella relativistica di massa nulla, si ottiene immediatamente che la quantità di moto di un quanto di luce è uguale a  $h\nu/c$
- La proposta di Stark (1909) di associare una quantità di moto  $(h\nu/c^2)c$  per spiegare in termini corpuscolari l'emissione di raggi X da parte di un tubo di Röntgen, dopo una vivacissima discussione con Sommerfeld, fu condannata all'oblio
- Einstein associò ad un quanto di luce una quantità di moto  $h\nu/c$  all'interno della sua trattazione della radiazione di corpo nero in termini di probabilità di emissione/assorbimento da parte degli atomi contenuti nella cavità isoterma
- Nel 1922, Schrödinger descrisse l'effetto Doppler della radiazione emessa dagli atomi in moto scrivendo le equazioni di conservazione dell'energia e della quantità di moto e associando ai quanti di luce una quantità di moto  $h\nu/c$
- Ne consegue che nei processi di emissione o di assorbimento interviene l'energia di rinculo dell'atomo  $E_R = \Delta E^2 / (2m_e c^2)$  il cui valore è, però, molto piccolo per le transizioni ottiche. Esso può essere trascurato in situazioni normali, ma non a basse temperature quando l'energia cinetica media degli atomi di un vapore si avvicina all'energia di rinculo

# Effetto Doppler

- L'effetto Doppler, per le onde acustiche e luminose, è stato teoricamente previsto da Christian Andreas Doppler. Il 25 maggio 1842 Doppler tenne una conferenza alla Regia Società Scientifica Boema (Praga) intitolata 'Sulla luce colorata delle stelle doppie e di alcuni altri corpi celesti'.

# Effetto Doppler

- L'effetto Doppler, per le onde acustiche e luminose, è stato teoricamente previsto da Christian Andreas Doppler. Il 25 maggio 1842 Doppler tenne una conferenza alla Regia Società Scientifica Boema (Praga) intitolata 'Sulla luce colorata delle stelle doppie e di alcuni altri corpi celesti'.
- Le onde (acustiche o luminose) si propagavano in un mezzo a riposo e le loro frequenze erano espresse in funzione della velocità dell'emettitore o dell'assorbitore rispetto al mezzo. Doppler considerò il caso in cui le onde erano emesse lungo la direzione della velocità relativa emettitore - assorbitore. Doppler ha scritto formule che possono essere riassunte in un'unica formula:

$$f_a = f_e \frac{V \pm v_a}{V \mp v_e}$$

dove  $V$  è la velocità di propagazione del segnale,  $v_a$  e  $v_e$  le velocità dell'assorbitore e dell'emettitore,  $f_a$  e  $f_e$  le frequenze misurate rispettivamente dall'assorbitore e dall'emettitore. In questa formula il segno (+) nel numeratore corrisponde al moto di avvicinamento, mentre il segno (-) corrisponde al moto di allontanamento. Nel denominatore, il ruolo dei segni è scambiato.

# Effetto Doppler

- L'effetto Doppler, per le onde acustiche e luminose, è stato teoricamente previsto da Christian Andreas Doppler. Il 25 maggio 1842 Doppler tenne una conferenza alla Regia Società Scientifica Boema (Praga) intitolata 'Sulla luce colorata delle stelle doppie e di alcuni altri corpi celesti'.
- Le onde (acustiche o luminose) si propagavano in un mezzo a riposo e le loro frequenze erano espresse in funzione della velocità dell'emettitore o dell'assorbitore rispetto al mezzo. Doppler considerò il caso in cui le onde erano emesse lungo la direzione della velocità relativa emettitore - assorbitore. Doppler ha scritto formule che possono essere riassunte in un'unica formula:

$$f_a = f_e \frac{V \pm v_a}{V \mp v_e}$$

dove  $V$  è la velocità di propagazione del segnale,  $v_a$  e  $v_e$  le velocità dell'assorbitore e dell'emettitore,  $f_a$  e  $f_e$  le frequenze misurate rispettivamente dall'assorbitore e dall'emettitore. In questa formula il segno (+) nel numeratore corrisponde al moto di avvicinamento, mentre il segno (-) corrisponde al moto di allontanamento. Nel denominatore, il ruolo dei segni è scambiato.

- Il 23 dicembre 1848, Fizeau presentò alla Société Philomathique de Paris un rapporto intitolato "Sugli effetti del moto sull'intensità delle vibrazioni acustiche e sulla lunghezza d'onda dei raggi luminosi". Un estratto di questa nota, senza alcuna formula, apparve negli Atti della Società, ma il testo completo fu pubblicato solo nel 1870. Purtroppo, poiché la relazione conteneva una trattazione dell'effetto Doppler sonoro che includeva il caso di movimento inerziale arbitrario della sorgente e dell'assorbitore, una descrizione dettagliata di un esperimento per il suono e una discussione su una possibile applicazione del l'effetto Doppler per la luce in astronomia.

- Fizeau ricavò questa formula:

$$\frac{f_a}{f_e} = \frac{1 - (v_a/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_a)}{1 - (v_e/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_e)}$$

- Fizeau ricavò questa formula:

$$\frac{f_a}{f_e} = \frac{1 - (v_a/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_a)}{1 - (v_e/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_e)}$$

- Se introduciamo i periodi propri, ovvero le frequenze misurate dall'emettitore e dall'assorbitore, otteniamo:

$$\frac{\nu_a}{\nu_e} = \frac{1 - (v_a/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_a) \sqrt{1 - v_e^2/c^2}}{1 - (v_e/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_e) \sqrt{1 - v_a^2/c^2}}$$

- Fizeau ricavò questa formula:

$$\frac{f_a}{f_e} = \frac{1 - (v_a/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_a)}{1 - (v_e/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_e)}$$

- Se introduciamo i periodi propri, ovvero le frequenze misurate dall'emettitore e dall'assorbitore, otteniamo:

$$\frac{\nu_a}{\nu_e} = \frac{1 - (v_a/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_a) \sqrt{1 - v_e^2/c^2}}{1 - (v_e/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_e) \sqrt{1 - v_a^2/c^2}}$$

- Questa è la formula generale dell'effetto Doppler, valida sia per il suono sia per la luce.

- Fizeau ricavò questa formula:

$$\frac{f_a}{f_e} = \frac{1 - (v_a/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_a)}{1 - (v_e/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_e)}$$

- Se introduciamo i periodi propri, ovvero le frequenze misurate dall'emettitore e dall'assorbitore, otteniamo:

$$\frac{\nu_a}{\nu_e} = \frac{1 - (v_a/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_a) \sqrt{1 - v_e^2/c^2}}{1 - (v_e/V) \cos(\vec{V}, \vec{v}_e) \sqrt{1 - v_a^2/c^2}}$$

- Questa è la formula generale dell'effetto Doppler, valida sia per il suono sia per la luce.
- Si veda, per i dettagli: [Buonaura - Giuliani 2016, [qui](#)]

# Effetto Doppler - Esperimenti

- Esperimenti sonori sullo 'strano effetto' (Fizeau), furono fatti nel 1845 (Buijs-Ballot) e da Mach (1861)

# Effetto Doppler - Esperimenti

- Esperimenti sonori sullo 'strano effetto' (Fizeau), furono fatti nel 1845 (Buijs-Ballot) e da Mach (1861)
- Per quanto riguarda la luce, il percorso fu più complicato. In effetti, solo dopo la diffusione delle lastre fotografiche nelle quali il bromuro d'argento era immerso in un sottile strato di gelatina secca (1881 - Eastman Dry Plate Company) fu, per esempio, possibile fotografare lo spostamento Doppler di alcune righe emesse da stelle in moto lungo la direzione di osservazione (Vogel, 1891)

# Effetto Doppler - Esperimenti

- Esperimenti sonori sullo 'strano effetto' (Fizeau), furono fatti nel 1845 (Buijs-Ballot) e da Mach (1861)
- Per quanto riguarda la luce, il percorso fu più complicato. In effetti, solo dopo la diffusione delle lastre fotografiche nelle quali il bromuro d'argento era immerso in un sottile strato di gelatina secca (1881 - Eastman Dry Plate Company) fu, per esempio, possibile fotografare lo spostamento Doppler di alcune righe emesse da stelle in moto lungo la direzione di osservazione (Vogel, 1891)
- In laboratorio, la prima osservazione dell'effetto Doppler luminoso è dovuta a Belopolsky (1901), osservazione effettuata con specchi rotanti

# Effetto Doppler - Esperimenti

- Esperimenti sonori sullo 'strano effetto' (Fizeau), furono fatti nel 1845 (Buijs-Ballot) e da Mach (1861)
- Per quanto riguarda la luce, il percorso fu più complicato. In effetti, solo dopo la diffusione delle lastre fotografiche nelle quali il bromuro d'argento era immerso in un sottile strato di gelatina secca (1881 - Eastman Dry Plate Company) fu, per esempio, possibile fotografare lo spostamento Doppler di alcune righe emesse da stelle in moto lungo la direzione di osservazione (Vogel, 1891)
- In laboratorio, la prima osservazione dell'effetto Doppler luminoso è dovuta a Belopolsky (1901), osservazione effettuata con specchi rotanti
- Successivamente, Stark (1907) osservò lo spostamento Doppler delle righe emesse dall'atomo di idrogeno

## Emissione di un fotone.



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left( 1 - \frac{\Delta E}{2E_1^{emi}} \right) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} \\ &= E_{emi}^0 \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_1 = \frac{v_1}{c} \end{aligned}$$

## Emissione di un fotone.



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left( 1 - \frac{\Delta E}{2E_1^{emi}} \right) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} \\ &= E_{emi}^0 \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_1 = \frac{v_1}{c} \end{aligned}$$

- $\Delta E = E_1 - E_2$  è un invariante relativistico.

## Emissione di un fotone.



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left( 1 - \frac{\Delta E}{2E_1^{emi}} \right) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} \\ &= E_{emi}^0 \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_1 = \frac{v_1}{c} \end{aligned}$$

- $\Delta E = E_1 - E_2$  è un invariante relativistico.



$$E_{emi}^0 = \Delta E \left( 1 - \frac{\Delta E}{2E_1^{emi}} \right) < \Delta E$$

è un invariante relativistico.

## Emissione di un fotone.



$$\begin{aligned} E_{ph}^{emi} &= \Delta E \left( 1 - \frac{\Delta E}{2E_1^{emi}} \right) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} \\ &= E_{emi}^0 \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_1 = \frac{v_1}{c} \end{aligned}$$

- $\Delta E = E_1 - E_2$  è un invariante relativistico.



$$E_{emi}^0 = \Delta E \left( 1 - \frac{\Delta E}{2E_1^{emi}} \right) < \Delta E$$

è un invariante relativistico.

- Se  $\Delta E \ll mc^2$ , possiamo porre  $\Delta E/2E_1^{emi} = \Delta E/2mc^2$ . In generale, questa approssimazione è valida per transizioni tra due livelli atomici, ma non per transizioni tra due livelli nucleari. L'energia  $E_R = \Delta E^2/2mc^2$  è chiamata energia di rinculo. Esattamente, essa è l'energia cinetica di un atomo dopo l'assorbimento di un fotone se esso era a riposo prima dell'assorbimento; e, se vale la disuguaglianza  $\Delta E \ll mc^2$ , è anche l'energia cinetica dell'atomo dopo l'emissione di un fotone se esso era a riposo prima dell'emissione.

## Assorbimento di un fotone

Dopo avere opportunamente riscritto le equazioni di conservazione, si ottiene:



$$\begin{aligned} E_{ph}^{abs} &= \Delta E \left( 1 + \frac{\Delta E}{2E_1^{abs}} \right) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} \\ &= E_{abs}^0 \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_1 = \frac{v_1}{c} \end{aligned}$$

## Assorbimento di un fotone

Dopo avere opportunamente riscritto le equazioni di conservazione, si ottiene:

$$\begin{aligned} E_{ph}^{abs} &= \Delta E \left( 1 + \frac{\Delta E}{2E_1^{abs}} \right) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} \\ &= E_{abs}^0 \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_1 = \frac{v_1}{c} \end{aligned}$$

$$E_{abs}^0 = \Delta E \left( 1 + \frac{\Delta E}{2E_1^{abs}} \right)$$

è un invariante relativistico.

## Assorbimento di un fotone

Dopo avere opportunamente riscritto le equazioni di conservazione, si ottiene:

$$\begin{aligned} E_{ph}^{abs} &= \Delta E \left( 1 + \frac{\Delta E}{2E_1^{abs}} \right) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} \\ &= E_{abs}^0 \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_1 = \frac{v_1}{c} \end{aligned}$$

$$E_{abs}^0 = \Delta E \left( 1 + \frac{\Delta E}{2E_1^{abs}} \right)$$

è un invariante relativistico.

$$E_R = \frac{\Delta E^2}{2E_1^{abs}} = E_R = \frac{\Delta E^2}{2mc^2}$$

è l'energia di rinculo dell'atomo

## Larghezza naturale di una riga

- Dati due livelli energetici di un atomo, l'energia di transizione tra di essi  $\Delta E$  non è esattamente definita, ma è invece descritta da una lorentziana:

$$L(\Delta E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(\Delta E - \Delta E_M)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

# Larghezza naturale di una riga

- Dati due livelli energetici di un atomo, l'energia di transizione tra di essi  $\Delta E$  non è esattamente definita, ma è invece descritta da una lorentziana:

$$L(\Delta E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(\Delta E - \Delta E_M)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

- Questa lorentziana è normalizzata in modo tale che

$$\int_{-\infty}^{+\infty} L(\Delta E) d(\Delta E) = 1$$

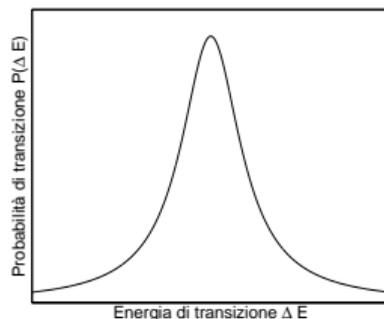
# Larghezza naturale di una riga

- Dati due livelli energetici di un atomo, l'energia di transizione tra di essi  $\Delta E$  non è esattamente definita, ma è invece descritta da una lorentziana:

$$L(\Delta E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(\Delta E - \Delta E_M)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

- Questa lorentziana è normalizzata in modo tale che

$$\int_{-\infty}^{+\infty} L(\Delta E) d(\Delta E) = 1$$



## Emissione e assorbimento di un fotone: risonanza.

- Supponiamo che un atomo  $\mathbf{E}$  in quiete emetta un fotone di energia  $E_{emi}^0$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$

## Emissione e assorbimento di un fotone: risonanza.

- Supponiamo che un atomo **E** in quiete emetta un fotone di energia  $E_{emi}^0$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$
- L'energia del fotone emesso è data da:

$$E_{emi}^0 = \Delta E_{emi} - E_R; \quad \text{se } \Delta E \ll mc^2$$

## Emissione e assorbimento di un fotone: risonanza.

- Supponiamo che un atomo **E** in quiete emetta un fotone di energia  $E_{emi}^0$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$
- L'energia del fotone emesso è data da:

$$E_{emi}^0 = \Delta E_{emi} - E_R; \quad \text{se } \Delta E \ll mc^2$$

- Se un atomo identico **A**, posto in quiete sull'asse  $x$ , assorbe il fotone emesso da **E**, deve essere:

$$E_{emi}^0 = \Delta E_{abs} + E_R$$

## Emissione e assorbimento di un fotone: risonanza.

- Supponiamo che un atomo **E** in quiete emetta un fotone di energia  $E_{emi}^0$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$
- L'energia del fotone emesso è data da:

$$E_{emi}^0 = \Delta E_{emi} - E_R; \quad \text{se } \Delta E \ll mc^2$$

- Se un atomo identico **A**, posto in quiete sull'asse  $x$ , assorbe il fotone emesso da **E**, deve essere:

$$E_{emi}^0 = \Delta E_{abs} + E_R$$

- Quindi:  $\Delta E_{abs} - \Delta E_{emi} = -2E_R$

## Emissione e assorbimento di un fotone: risonanza.

- Supponiamo che un atomo **E** in quiete emetta un fotone di energia  $E_{emi}^0$  lungo la direzione positiva dell'asse  $x$
- L'energia del fotone emesso è data da:

$$E_{emi}^0 = \Delta E_{emi} - E_R; \quad \text{se } \Delta E \ll mc^2$$

- Se un atomo identico **A**, posto in quiete sull'asse  $x$ , assorbe il fotone emesso da **E**, deve essere:

$$E_{emi}^0 = \Delta E_{abs} + E_R$$

- Quindi:  $\Delta E_{abs} - \Delta E_{emi} = -2E_R$
- Cioè l'energia di transizione tra due livelli energetici NON può essere esattamente definita: deve esistere una **larghezza naturale** della riga di emissione/assorbimento.

# Assorbimento di un fotone - Teoria ed esperimento

Per confrontare le predizioni della teoria con i dati sperimentali occorre procedere nel modo seguente:

- Considerare la differenza in energia tra i due livelli energetici coinvolti nella transizione:  $\Delta E = E_f - E_i$   
(assorbimento)

# Assorbimento di un fotone - Teoria ed esperimento

Per confrontare le predizioni della teoria con i dati sperimentali occorre procedere nel modo seguente:

- Considerare la differenza in energia tra i due livelli energetici coinvolti nella transizione:  $\Delta E = E_f - E_i$  (assorbimento)
- Tenere presente che, durante l'assorbimento, deve essere conservata anche la quantità di moto lineare

# Assorbimento di un fotone - Teoria ed esperimento

Per confrontare le predizioni della teoria con i dati sperimentali occorre procedere nel modo seguente:

- Considerare la differenza in energia tra i due livelli energetici coinvolti nella transizione:  $\Delta E = E_f - E_i$  (assorbimento)
- Tenere presente che, durante l'assorbimento, deve essere conservata anche la quantità di moto lineare
- Ciò implica che, l'energia del fotone assorbito – se l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento – è data da

$$E_{ph}^{Abs} = \Delta E + E_R; \quad E_R = \frac{\Delta E^2}{2mc^2}$$

# Assorbimento di un fotone - Teoria ed esperimento

Per confrontare le predizioni della teoria con i dati sperimentali occorre procedere nel modo seguente:

- Considerare la differenza in energia tra i due livelli energetici coinvolti nella transizione:  $\Delta E = E_f - E_i$  (assorbimento)
- Tenere presente che, durante l'assorbimento, deve essere conservata anche la quantità di moto lineare
- Ciò implica che, l'energia del fotone assorbito – se l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento – è data da

$$E_{ph}^{Abs} = \Delta E + E_R; \quad E_R = \frac{\Delta E^2}{2mc^2}$$

- Dove,  $m$  è la massa dell'atomo prima dell'assorbimento e  $E_R$  l'energia di rinculo dell'atomo

# Assorbimento di un fotone - Teoria ed esperimento

Per confrontare le predizioni della teoria con i dati sperimentali occorre procedere nel modo seguente:

- Considerare la differenza in energia tra i due livelli energetici coinvolti nella transizione:  $\Delta E = E_f - E_i$  (assorbimento)
- Tenere presente che, durante l'assorbimento, deve essere conservata anche la quantità di moto lineare
- Ciò implica che, l'energia del fotone assorbito – se l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento – è data da

$$E_{ph}^{Abs} = \Delta E + E_R; \quad E_R = \frac{\Delta E^2}{2mc^2}$$

- Dove,  $m$  è la massa dell'atomo prima dell'assorbimento e  $E_R$  l'energia di rinculo dell'atomo
- Ogni riga di assorbimento possiede una larghezza “naturale” il cui valore è dell'ordine  $\Delta E \approx h/\tau$ , dove  $\tau$  è la vita media del livello energetico che ha la vita media più breve

# Assorbimento di un fotone - Teoria ed esperimento

Per confrontare le predizioni della teoria con i dati sperimentali occorre procedere nel modo seguente:

- Considerare la differenza in energia tra i due livelli energetici coinvolti nella transizione:  $\Delta E = E_f - E_i$  (assorbimento)
- Tenere presente che, durante l'assorbimento, deve essere conservata anche la quantità di moto lineare
- Ciò implica che, l'energia del fotone assorbito – se l'atomo è in quiete prima dell'assorbimento – è data da

$$E_{ph}^{Abs} = \Delta E + E_R; \quad E_R = \frac{\Delta E^2}{2mc^2}$$

- Dove,  $m$  è la massa dell'atomo prima dell'assorbimento e  $E_R$  l'energia di rinculo dell'atomo
- Ogni riga di assorbimento possiede una larghezza “naturale” il cui valore è dell'ordine  $\Delta E \approx h/\tau$ , dove  $\tau$  è la vita media del livello energetico che ha la vita media più breve
- Ogni riga naturale è “allargata” per effetto Doppler e dalla pressione del vapore o gas in cui si trova l'atomo assorbente

# Allargamento Doppler delle righe di assorbimento

- L'allargamento Doppler dipende dalla formula

$$E_{ph}^{abs} = (\Delta E + E_R) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} = \Delta E (1 + B_T) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_T = \frac{E_R}{\Delta E}$$

approssimata per velocità piccole ( $B_1 \ll 1$ )

# Allargamento Doppler delle righe di assorbimento

- L'allargamento Doppler dipende dalla formula

$$E_{ph}^{abs} = (\Delta E + E_R) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} = \Delta E (1 + B_T) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_T = \frac{E_R}{\Delta E}$$

approssimata per velocità piccole ( $B_1 \ll 1$ )

- E dalla distribuzione delle velocità degli atomi lungo la direzione perpendicolare al piano della fenditura di ingresso dello spettroscopio

# Allargamento Doppler delle righe di assorbimento

- L'allargamento Doppler dipende dalla formula

$$E_{ph}^{abs} = (\Delta E + E_R) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} = \Delta E (1 + B_T) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_T = \frac{E_R}{\Delta E}$$

approssimata per velocità piccole ( $B_1 \ll 1$ )

- E dalla distribuzione delle velocità degli atomi lungo la direzione perpendicolare al piano della fenditura di ingresso dello spettroscopio
- Risulta che la riga allargata dall'effetto Doppler è una **gaussiana** la cui larghezza a metà altezza è data da:

$$\Delta \nu = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2k_B T \ln 2}{mc^2}}; \quad \nu_0 = \frac{\Delta E + E_R}{h}$$

# Allargamento Doppler delle righe di assorbimento

- L'allargamento Doppler dipende dalla formula

$$E_{ph}^{abs} = (\Delta E + E_R) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1} = \Delta E (1 + B_T) \frac{\sqrt{1 - B_1^2}}{1 - B_1 \cos \theta_1}; \quad B_T = \frac{E_R}{\Delta E}$$

approssimata per velocità piccole ( $B_1 \ll 1$ )

- E dalla distribuzione delle velocità degli atomi lungo la direzione perpendicolare al piano della fenditura di ingresso dello spettroscopio
- Risulta che la riga allargata dall'effetto Doppler è una **gaussiana** la cui larghezza a metà altezza è data da:

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2k_B T \ln 2}{mc^2}}; \quad \nu_0 = \frac{\Delta E + E_R}{h}$$

- Si noti come l'allargamento Doppler di una riga dipenda dalle costanti fondamentali  $k_B$  e  $c$

# Sommerfeld: atomo di idrogeno I



$$E_{n,k} = -\frac{Rhc}{n^2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left( \frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) + \dots \right)$$

# Sommerfeld: atomo di idrogeno I

- $$E_{n,k} = -\frac{Rhc}{n^2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left( \frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) + \dots \right)$$
- dove  $n$  è il numero quantico principale,  $k$  il numero quantico azimutale e

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

# Sommerfeld: atomo di idrogeno I

- $$E_{n,k} = -\frac{Rhc}{n^2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left( \frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) + \dots \right)$$

- dove  $n$  è il numero quantico principale,  $k$  il numero quantico azimutale e

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

- I valori permessi delle energie dipendono quindi sia dal numero quantico principale, sia dal numero quantico azimutale

# Sommerfeld: atomo di idrogeno I

- $$E_{n,k} = -\frac{Rhc}{n^2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left( \frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) + \dots \right)$$

- dove  $n$  è il numero quantico principale,  $k$  il numero quantico azimutale e

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

- I valori permessi delle energie dipendono quindi sia dal numero quantico principale, sia dal numero quantico azimutale
- Per ottenere gli stessi valori previsti dal modello di Bohr  $\alpha \rightarrow 0$ , cioè  $c \rightarrow \infty$ . Abbiamo visto in precedenza che, nel modello di Bohr,  $\alpha = v_{n=1}/c$

# Sommerfeld: atomo di idrogeno I

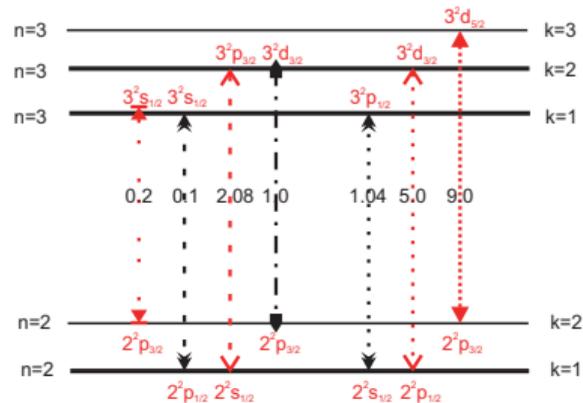
- $$E_{n,k} = -\frac{Rhc}{n^2} \left( 1 + \frac{\alpha^2}{n^2} \left( \frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) + \dots \right)$$

- dove  $n$  è il numero quantico principale,  $k$  il numero quantico azimutale e

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

- I valori permessi delle energie dipendono quindi sia dal numero quantico principale, sia dal numero quantico azimutale
- Per ottenere gli stessi valori previsti dal modello di Bohr  $\alpha \rightarrow 0$ , cioè  $c \rightarrow \infty$ . Abbiamo visto in precedenza che, nel modello di Bohr,  $\alpha = v_{n=1}/c$
- Questa osservazione conferma che le correzioni apportate da Sommerfeld al modello di Bohr sono, come ci era già noto, di natura relativistica

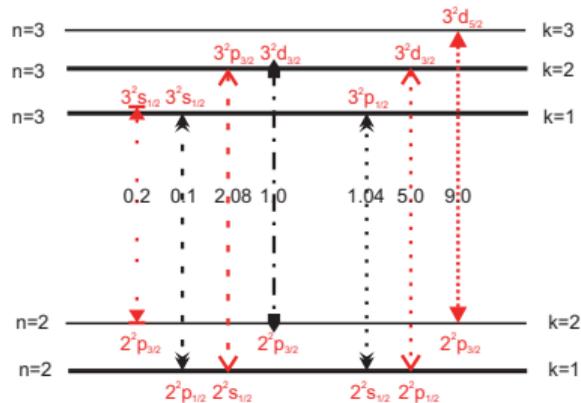
# Sommerfeld: atomo di idrogeno II



Livelli energetici dell'atomo di idrogeno secondo Sommerfeld: le transizioni permesse sono indicate dalle linee **rosse** verticali e soddisfano la condizione ("regola di selezione")  $\Delta k = \pm 1$

I simboli spettroscopici riguardano invece la descrizione di Dirac, che discuteremo più avanti

# Sommerfeld: atomo di idrogeno II

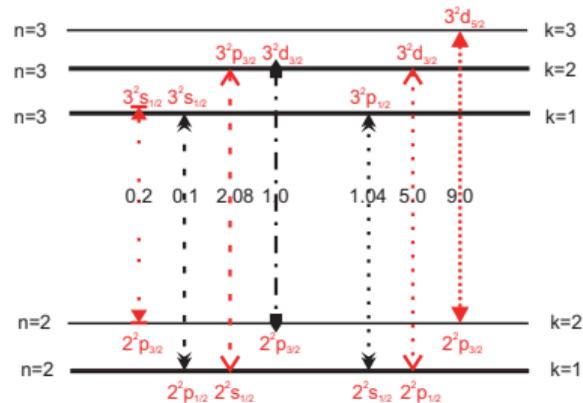


Livelli energetici dell'atomo di idrogeno secondo Sommerfeld: le transizioni permesse sono indicate dalle linee **rosse** verticali e soddisfano la condizione ("regola di selezione")  $\Delta k = \pm 1$

I simboli spettroscopici riguardano invece la descrizione di Dirac, che discuteremo più avanti

I numeri posti sulle linee verticali indicano l'intensità teorica delle transizioni (di dipolo elettrico)

# Sommerfeld: atomo di idrogeno II



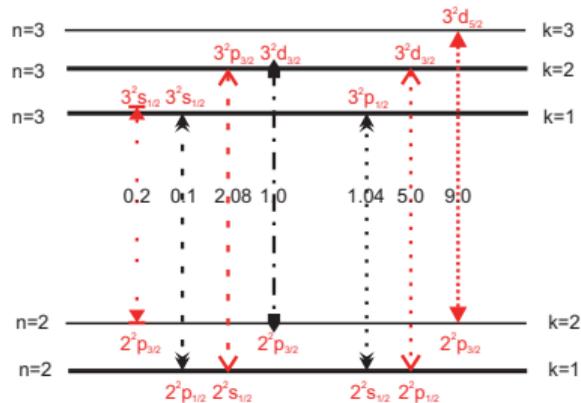
Livelli energetici dell'atomo di idrogeno secondo Sommerfeld: le transizioni permesse sono indicate dalle linee **rosse** verticali e soddisfano la condizione ("regola di selezione")  $\Delta k = \pm 1$

I simboli spettroscopici riguardano invece la descrizione di Dirac, che discuteremo più avanti

I numeri posti sulle linee verticali indicano l'intensità teorica delle transizioni (di dipolo elettrico)

Le due transizioni terminanti con le frecce  $\uparrow$  coincidono nella descrizione di Sommerfeld, perché corrispondono alla stessa transizione  $k = 2 \Rightarrow k = 1$

# Sommerfeld: atomo di idrogeno II



Livelli energetici dell'atomo di idrogeno secondo Sommerfeld: le transizioni permesse sono indicate dalle linee **rosse** verticali e soddisfano la condizione ("regola di selezione")  $\Delta k = \pm 1$

I simboli spettroscopici riguardano invece la descrizione di Dirac, che discuteremo più avanti

I numeri posti sulle linee verticali indicano l'intensità teorica delle transizioni (di dipolo elettrico)

Le due transizioni terminanti con le frecce  $\uparrow$  coincidono nella descrizione di Sommerfeld, perché corrispondono alla stessa transizione  $k = 2 \Rightarrow k = 1$

Considerando solo le due transizioni più intense, il modello di Sommerfeld permette di descrivere l'apparente doppietto osservato da Michelson

# Sommerfeld: atomo di idrogeno III

- Il modello di Sommerfeld dell'atomo di idrogeno rappresenta il risultato estremo della “old quantum theory” basata sulla mescolanza di leggi classiche (elettromagnetiche e dinamiche) e regole di quantizzazione, i cui passaggi precedenti erano stati la teoria della radiazione di corpo nero di Planck e il modello dell'atomo di idrogeno di Bohr

# Sommerfeld: atomo di idrogeno III

- Il modello di Sommerfeld dell'atomo di idrogeno rappresenta il risultato estremo della “old quantum theory” basata sulla mescolanza di leggi classiche (elettromagnetiche e dinamiche) e regole di quantizzazione, i cui passaggi precedenti erano stati la teoria della radiazione di corpo nero di Planck e il modello dell'atomo di idrogeno di Bohr
- La parte finale degli anni dieci è stata la stagione del cosiddetto modello vettoriale dell'atomo fondato sull'idea del “magnetic core” (nucleo magnetico) con il quale – attraverso aggiustamenti continui – si è cercato di accordare teoria ed esperimento

# Sommerfeld: atomo di idrogeno III

- Il modello di Sommerfeld dell'atomo di idrogeno rappresenta il risultato estremo della “old quantum theory” basata sulla mescolanza di leggi classiche (elettromagnetiche e dinamiche) e regole di quantizzazione, i cui passaggi precedenti erano stati la teoria della radiazione di corpo nero di Planck e il modello dell'atomo di idrogeno di Bohr
- La parte finale degli anni dieci è stata la stagione del cosiddetto modello vettoriale dell'atomo fondato sull'idea del “magnetic core” (nucleo magnetico) con il quale – attraverso aggiustamenti continui – si è cercato di accordare teoria ed esperimento
- In particolare, l'ipotesi che i momenti di dipolo magnetici (e i corrispondenti momenti angolari) dei singoli elettroni (e degli atomi nel loro complesso) potessero assumere solo valori discreti lungo la direzione del campo magnetico applicato era priva di un'evidenza sperimentale diretta

# Sommerfeld: atomo di idrogeno III

- Il modello di Sommerfeld dell'atomo di idrogeno rappresenta il risultato estremo della “old quantum theory” basata sulla mescolanza di leggi classiche (elettromagnetiche e dinamiche) e regole di quantizzazione, i cui passaggi precedenti erano stati la teoria della radiazione di corpo nero di Planck e il modello dell'atomo di idrogeno di Bohr
- La parte finale degli anni dieci è stata la stagione del cosiddetto modello vettoriale dell'atomo fondato sull'idea del “magnetic core” (nucleo magnetico) con il quale – attraverso aggiustamenti continui – si è cercato di accordare teoria ed esperimento
- In particolare, l'ipotesi che i momenti di dipolo magnetici (e i corrispondenti momenti angolari) dei singoli elettroni (e degli atomi nel loro complesso) potessero assumere solo valori discreti lungo la direzione del campo magnetico applicato era priva di un'evidenza sperimentale diretta
- La “old quantum theory” si avviava così verso l'esaurimento delle sue capacità descrittive e predittive

## Gli esperimenti di Stern e Gerlach - 1921-1922

- “Si può scegliere tra la concezione quantica e quella classica mediante un esperimento molto semplice. A questo scopo basta esaminare la deviazione che un fascio di atomi subisce in un appropriato campo magnetico non omogeneo [Stern& Gerlach, 1921]”

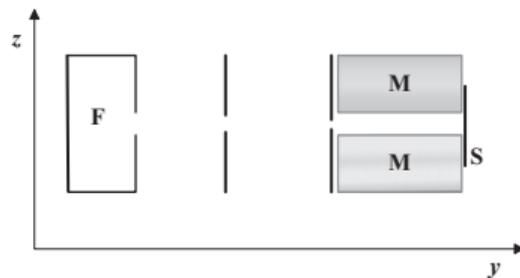
## Gli esperimenti di Stern e Gerlach - 1921-1922

- “Si può scegliere tra la concezione quantica e quella classica mediante un esperimento molto semplice. A questo scopo basta esaminare la deviazione che un fascio di atomi subisce in un appropriato campo magnetico non omogeneo [Stern& Gerlach, 1921]”
- Per una dettagliata discussione dell'esperimento di Stern e Gerlach, per esempio, [Giuliani - 2007](#)

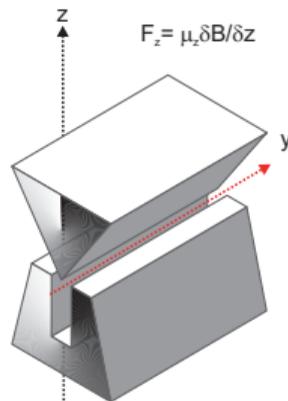
## Gli esperimenti di Stern e Gerlach - 1921-1922

- “Si può scegliere tra la concezione quantica e quella classica mediante un esperimento molto semplice. A questo scopo basta esaminare la deviazione che un fascio di atomi subisce in un appropriato campo magnetico non omogeneo [Stern& Gerlach, 1921]”
- Per una dettagliata discussione dell'esperimento di Stern e Gerlach, per esempio, [Giuliani - 2007](#)
- L'apparato sperimentale era, concettualmente, semplice, ma la realizzazione dell'esperimento si presentava complessa e delicata

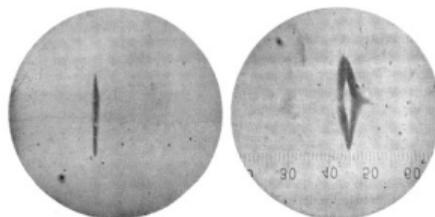
# L'apparato sperimentale



La fenditura attraversata dagli atomi è disposta orizzontalmente e perpendicolare all'asse  $y$



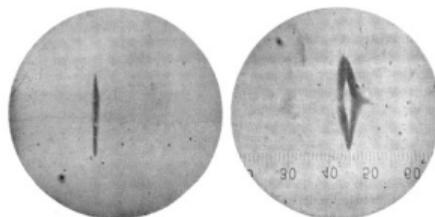
# I risultati



A sinistra: senza campo magnetico. A destra: con campo magnetico. Le due immagini sono state ruotate di 90 gradi in senso orario rispetto all'originale. Queste immagini sono state inviate come cartolina postale da Gerlach a Bohr l'otto gennaio 1922: "Mio stimato signor Bohr, in allegato il proseguimento del nostro lavoro [vide Zeitschr. f Phys. 8, 110 (1921)]: la prova sperimentale della quantizzazione direzionale. Ci congratuliamo con lei per la conferma della sua teoria! Con rispettosi saluti. Il vostro più umile Walther Gerlach."

- Se tutte le orientazioni del dipolo magnetico fossero permesse, in presenza del campo magnetico si dovrebbe osservare un allargamento della riga osservata senza campo magnetico

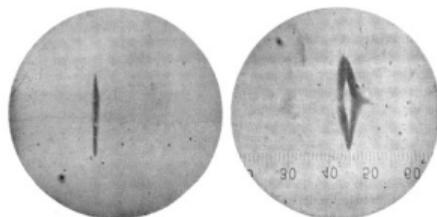
# I risultati



A sinistra: senza campo magnetico. A destra: con campo magnetico. Le due immagini sono state ruotate di 90 gradi in senso orario rispetto all'originale. Queste immagini sono state inviate come cartolina postale da Gerlach a Bohr l'otto gennaio 1922: "Mio stimato signor Bohr, in allegato il proseguimento del nostro lavoro [vide Zeitschr. f Phys. 8, 110 (1921)]: la prova sperimentale della quantizzazione direzionale. Ci congratuliamo con lei per la conferma della sua teoria! Con rispettosi saluti. Il vostro più umile Walther Gerlach."

- Se tutte le orientazioni del dipolo magnetico fossero permesse, in presenza del campo magnetico si dovrebbe osservare un allargamento della riga osservata senza campo magnetico
- Il risultato sperimentale mostra invece che la riga si sdoppia indicando che l'orientazione spaziale del dipolo magnetico è quantizzata

# I risultati

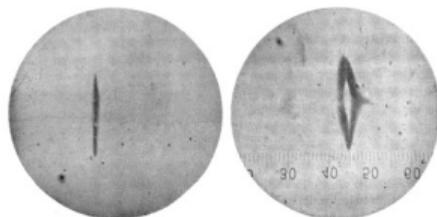


A sinistra: senza campo magnetico. A destra: con campo magnetico. Le due immagini sono state ruotate di 90 gradi in senso orario rispetto all'originale. Queste immagini sono state inviate come cartolina postale da Gerlach a Bohr l'otto gennaio 1922: "Mio stimato signor Bohr, in allegato il proseguimento del nostro lavoro [vide Zeitschr. f Phys. 8, 110 (1921)]: la prova sperimentale della quantizzazione direzionale. Ci congratuliamo con lei per la conferma della sua teoria! Con rispettosi saluti. Il vostro più umile Walther Gerlach."

- Se tutte le orientazioni del dipolo magnetico fossero permesse, in presenza del campo magnetico si dovrebbe osservare un allargamento della riga osservata senza campo magnetico
- Il risultato sperimentale mostra invece che la riga si sdoppia indicando che l'orientazione spaziale del dipolo magnetico è quantizzata
- Stern e Gerlach dedussero che il valore del momento di dipolo magnetico è, con una accuratezza stimata del 10%, pari a un magnetone di Bohr

$$\mu_{Ag} = \hbar \frac{e}{2m_e} \rightarrow \frac{\hbar}{2} \frac{e}{m_e}$$

# I risultati



A sinistra: senza campo magnetico. A destra: con campo magnetico. Le due immagini sono state ruotate di 90 gradi in senso orario rispetto all'originale. Queste immagini sono state inviate come cartolina postale da Gerlach a Bohr l'otto gennaio 1922: "Mio stimato signor Bohr, in allegato il proseguimento del nostro lavoro [vide Zeitschr. f Phys. 8, 110 (1921)]: la prova sperimentale della quantizzazione direzionale. Ci congratuliamo con lei per la conferma della sua teoria! Con rispettosi saluti. Il vostro più umile Walther Gerlach."

- Se tutte le orientazioni del dipolo magnetico fossero permesse, in presenza del campo magnetico si dovrebbe osservare un allargamento della riga osservata senza campo magnetico
- Il risultato sperimentale mostra invece che la riga si sdoppia indicando che l'orientazione spaziale del dipolo magnetico è quantizzata
- Stern e Gerlach dedussero che il valore del momento di dipolo magnetico è, con una accuratezza stimata del 10%, pari a un magnetone di Bohr

$$\mu_{Ag} = \hbar \frac{e}{2m_e} \rightarrow \frac{\hbar}{2} \frac{e}{m_e}$$

- Naturalmente, nell'ambito del modello del "magnetic core", questo momento magnetico fu attribuito all'atomo di argento nel suo complesso

# Uhlenbeck e Goudsmit

- Pauli, aveva sottolineato la necessità di attribuire un quarto numero quantico a un elettrone in un atomo (oltre a quelli già noti:  $n, l, m$ )

# Uhlembeck e Goudsmit

- Pauli, aveva sottolineato la necessità di attribuire un quarto numero quantico a un elettrone in un atomo (oltre a quelli già noti:  $n, l, m$ )
- Nell'autunno del 1925, Uhlembeck e Goudsmit sviluppano l'idea che questo ulteriore numero quantico potrebbe essere quello connesso a un momento angolare intrinseco all'elettrone con associato un momento magnetico pari ad un magnetone di Bohr

# Uhlembeck e Goudsmit

- Pauli, aveva sottolineato la necessità di attribuire un quarto numero quantico a un elettrone in un atomo (oltre a quelli già noti:  $n, l, m$ )
- Nell'autunno del 1925, Uhlembeck e Goudsmit sviluppano l'idea che questo ulteriore numero quantico potrebbe essere quello connesso a un momento angolare intrinseco all'elettrone con associato un momento magnetico pari ad un magnetone di Bohr
- Quindi, descrivono l'elettrone come una sfera carica superficialmente e rotante, con un raggio uguale al "raggio classico" dell'elettrone [ $r_0 = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e c^2) \approx 2.82 \times 10^{-15}$  m]. Tuttavia, imponendo che il momento magnetico risultante sia uguale ad un magnetone di Bohr ottengono una velocità superficiale dell'elettrone molto più grande della velocità della luce nel vuoto

# Uhlembeck e Goudsmit

- Pauli, aveva sottolineato la necessità di attribuire un quarto numero quantico a un elettrone in un atomo (oltre a quelli già noti:  $n, l, m$ )
- Nell'autunno del 1925, Uhlembeck e Goudsmit sviluppano l'idea che questo ulteriore numero quantico potrebbe essere quello connesso a un momento angolare intrinseco all'elettrone con associato un momento magnetico pari ad un magnetone di Bohr
- Quindi, descrivono l'elettrone come una sfera carica superficialmente e rotante, con un raggio uguale al "raggio classico" dell'elettrone [ $r_0 = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e c^2) \approx 2.82 \times 10^{-15}$  m]. Tuttavia, imponendo che il momento magnetico risultante sia uguale ad un magnetone di Bohr ottengono una velocità superficiale dell'elettrone molto più grande della velocità della luce nel vuoto
- Uhlembeck e Goudsmit ne parlano con Ehrenfest che, osservando che la loro idea potrebbe essere o molto importante oppure senza senso, chiede loro di scrivere una breve nota e li invita, comunque, a interpellare Lorentz

# Uhlembeck e Goudsmit

- Pauli, aveva sottolineato la necessità di attribuire un quarto numero quantico a un elettrone in un atomo (oltre a quelli già noti:  $n, l, m$ )
- Nell'autunno del 1925, Uhlembeck e Goudsmit sviluppano l'idea che questo ulteriore numero quantico potrebbe essere quello connesso a un momento angolare intrinseco all'elettrone con associato un momento magnetico pari ad un magnetone di Bohr
- Quindi, descrivono l'elettrone come una sfera carica superficialmente e rotante, con un raggio uguale al "raggio classico" dell'elettrone [ $r_0 = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e c^2) \approx 2.82 \times 10^{-15}$  m]. Tuttavia, imponendo che il momento magnetico risultante sia uguale ad un magnetone di Bohr ottengono una velocità superficiale dell'elettrone molto più grande della velocità della luce nel vuoto
- Uhlembeck e Goudsmit ne parlano con Ehrenfest che, osservando che la loro idea potrebbe essere o molto importante oppure senza senso, chiede loro di scrivere una breve nota e li invita, comunque, a interpellare Lorentz
- Lorentz risponde con una lunga lettera in cui, tra l'altro, conferma che la velocità superficiale dell'elettrone rotante è di molto superiore a quella della luce. Ulembeck e Goudsmit decidono allora di abbandonare l'idea e informano Ehrenfest che risponde loro dicendo:

# Uhlembeck e Goudsmit

- Pauli, aveva sottolineato la necessità di attribuire un quarto numero quantico a un elettrone in un atomo (oltre a quelli già noti:  $n, l, m$ )
- Nell'autunno del 1925, Uhlembeck e Goudsmit sviluppano l'idea che questo ulteriore numero quantico potrebbe essere quello connesso a un momento angolare intrinseco all'elettrone con associato un momento magnetico pari ad un magnetone di Bohr
- Quindi, descrivono l'elettrone come una sfera carica superficialmente e rotante, con un raggio uguale al "raggio classico" dell'elettrone [ $r_0 = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e c^2) \approx 2.82 \times 10^{-15}$  m]. Tuttavia, imponendo che il momento magnetico risultante sia uguale ad un magnetone di Bohr ottengono una velocità superficiale dell'elettrone molto più grande della velocità della luce nel vuoto
- Uhlembeck e Goudsmit ne parlano con Ehrenfest che, osservando che la loro idea potrebbe essere o molto importante oppure senza senso, chiede loro di scrivere una breve nota e li invita, comunque, a interpellare Lorentz
- Lorentz risponde con una lunga lettera in cui, tra l'altro, conferma che la velocità superficiale dell'elettrone rotante è di molto superiore a quella della luce. Uhlembeck e Goudsmit decidono allora di abbandonare l'idea e informano Ehrenfest che risponde loro dicendo:
- "Ho già inviato la vostra lettera! Siete entrambi abbastanza giovani per potervi permettere una stupidaggine!"

# Uhlenbeck e Goudsmit

- Pauli, aveva sottolineato la necessità di attribuire un quarto numero quantico a un elettrone in un atomo (oltre a quelli già noti:  $n, l, m$ )
- Nell'autunno del 1925, Uhlenbeck e Goudsmit sviluppano l'idea che questo ulteriore numero quantico potrebbe essere quello connesso a un momento angolare intrinseco all'elettrone con associato un momento magnetico pari ad un magnetone di Bohr
- Quindi, descrivono l'elettrone come una sfera carica superficialmente e rotante, con un raggio uguale al "raggio classico" dell'elettrone [ $r_0 = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e c^2) \approx 2.82 \times 10^{-15}$  m]. Tuttavia, imponendo che il momento magnetico risultante sia uguale ad un magnetone di Bohr ottengono una velocità superficiale dell'elettrone molto più grande della velocità della luce nel vuoto
- Uhlenbeck e Goudsmit ne parlano con Ehrenfest che, osservando che la loro idea potrebbe essere o molto importante oppure senza senso, chiede loro di scrivere una breve nota e li invita, comunque, a interpellare Lorentz
- Lorentz risponde con una lunga lettera in cui, tra l'altro, conferma che la velocità superficiale dell'elettrone rotante è di molto superiore a quella della luce. Uhlenbeck e Goudsmit decidono allora di abbandonare l'idea e informano Ehrenfest che risponde loro dicendo:
- "Ho già inviato la vostra lettera! Siete entrambi abbastanza giovani per potervi permettere una stupidaggine!"
- L'articolo fu infatti pubblicato su *Die Naturwissenschaften* il 20 novembre 1925

## Quando soffiano venti contrari. . .

- Nel gennaio del 1925, Ralph Kronig – allora ventenne – aveva concepito la stessa idea sviluppandola anche matematicamente sino ad arrivare a calcolare la suddivisione del livello  $2^2 p_{1/2}$  ( $n = 2, k = 1$ , nel modello di Sommerfeld) dell'atomo di idrogeno dovuta all'interazione spin - orbita

## Quando soffiano venti contrari. . .

- Nel gennaio del 1925, Ralph Kronig – allora ventenne – aveva concepito la stessa idea sviluppandola anche matematicamente sino ad arrivare a calcolare la suddivisione del livello  $2^2 p_{1/2}$  ( $n = 2, k = 1$ , nel modello di Sommerfeld) dell'atomo di idrogeno dovuta all'interazione spin - orbita
- Tuttavia, il suo calcolo indicava una separazione doppia di quella osservata sperimentalmente

## Quando soffiano venti contrari. . .

- Nel gennaio del 1925, Ralph Kronig – allora ventenne – aveva concepito la stessa idea sviluppandola anche matematicamente sino ad arrivare a calcolare la suddivisione del livello  $2^2 p_{1/2}$  ( $n = 2, k = 1$ , nel modello di Sommerfeld) dell'atomo di idrogeno dovuta all'interazione spin - orbita
- Tuttavia, il suo calcolo indicava una separazione doppia di quella osservata sperimentalmente
- Anche Kronig, come successivamente sarebbe accaduto a Uhlenbeck e Goudsmit, si accorse che la velocità superficiale dell'elettrone rotante risultava essere di molto superiore a quella della luce

## Quando soffiano venti contrari. . .

- Nel gennaio del 1925, Ralph Kronig – allora ventenne – aveva concepito la stessa idea sviluppandola anche matematicamente sino ad arrivare a calcolare la suddivisione del livello  $2^2 p_{1/2}$  ( $n = 2, k = 1$ , nel modello di Sommerfeld) dell'atomo di idrogeno dovuta all'interazione spin - orbita
- Tuttavia, il suo calcolo indicava una separazione doppia di quella osservata sperimentalmente
- Anche Kronig, come successivamente sarebbe accaduto a Uhlenbeck e Goudsmit, si accorse che la velocità superficiale dell'elettrone rotante risultava essere di molto superiore a quella della luce
- Kronig presentò la sua idea a Pauli che la bocciò perché convinto che il quarto numero quantico non potesse essere giustificato con un modello classico (prescindendo dalla questione della velocità superficiale)

## Quando soffiano venti contrari. . .

- Nel gennaio del 1925, Ralph Kronig – allora ventenne – aveva concepito la stessa idea sviluppandola anche matematicamente sino ad arrivare a calcolare la suddivisione del livello  $2^2 p_{1/2}$  ( $n = 2, k = 1$ , nel modello di Sommerfeld) dell'atomo di idrogeno dovuta all'interazione spin - orbita
- Tuttavia, il suo calcolo indicava una separazione doppia di quella osservata sperimentalmente
- Anche Kronig, come successivamente sarebbe accaduto a Uhlenbeck e Goudsmit, si accorse che la velocità superficiale dell'elettrone rotante risultava essere di molto superiore a quella della luce
- Kronig presentò la sua idea a Pauli che la bocciò perché convinto che il quarto numero quantico non potesse essere giustificato con un modello classico (prescindendo dalla questione della velocità superficiale)
- Ancora più beffardo fu il fatto che il fattore due tra predizione teorica e dato sperimentale fu effettivamente eliminato dalla scoperta della cosiddetta “precessione di Thomas” (1926)

## Quando soffiano venti contrari...

- Nel gennaio del 1925, Ralph Kronig – allora ventenne – aveva concepito la stessa idea sviluppandola anche matematicamente sino ad arrivare a calcolare la suddivisione del livello  $2^2 p_{1/2}$  ( $n = 2, k = 1$ , nel modello di Sommerfeld) dell'atomo di idrogeno dovuta all'interazione spin-orbita
- Tuttavia, il suo calcolo indicava una separazione doppia di quella osservata sperimentalmente
- Anche Kronig, come successivamente sarebbe accaduto a Uhlenbeck e Goudsmit, si accorse che la velocità superficiale dell'elettrone rotante risultava essere di molto superiore a quella della luce
- Kronig presentò la sua idea a Pauli che la bocciò perché convinto che il quarto numero quantico non potesse essere giustificato con un modello classico (prescindendo dalla questione della velocità superficiale)
- Ancora più beffardo fu il fatto che il fattore due tra predizione teorica e dato sperimentale fu effettivamente eliminato dalla scoperta della cosiddetta “precessione di Thomas” (1926)
- Talora, anche i “maestri” sbagliano...

# La teoria di Dirac - I

- La teoria di Dirac dell'atomo di idrogeno elimina ogni residuo classico dalla descrizione quantica e relativistica

# La teoria di Dirac - I

- La teoria di Dirac dell'atomo di idrogeno elimina ogni residuo classico dalla descrizione quantica e relativistica
- La formula dei livelli energetici per un atomo idrogenoide (a un elettrone) con carica nucleare  $Z$  é:

$$E_{n,j} = m_e c^2 \left[ 1 + \frac{(Z\alpha)^2}{[(n-j-1/2) + \sqrt{(j+1/2)^2 - (Z\alpha)^2}]^2} \right]^{-1/2}$$

dove  $n$  è il numero quantico principale,  $j = l + s$  e  $\alpha$  è la costante (adimensionale) di struttura fine ed uguale a  $\approx 1/137$

# La teoria di Dirac - I

- La teoria di Dirac dell'atomo di idrogeno elimina ogni residuo classico dalla descrizione quantica e relativistica
- La formula dei livelli energetici per un atomo idrogenoide (a un elettrone) con carica nucleare  $Z$  é:

$$E_{n,j} = m_e c^2 \left[ 1 + \frac{(Z\alpha)^2}{[(n-j-1/2) + \sqrt{(j+1/2)^2 - (Z\alpha)^2}]^2} \right]^{-1/2}$$

dove  $n$  è il numero quantico principale,  $j = l + s$  e  $\alpha$  è la costante (adimensionale) di struttura fine ed uguale a  $\approx 1/137$

- Per  $Z = 1$ , questa formula, approssimata al primo termine in  $\alpha^2$ , assume la forma (sottraendo il termine  $mc^2$ ):

$$E_{n,j} \approx -m_e c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2}{n} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right) \right]$$

che coincide, **nella forma**, con quella ottenuta da Sommerfeld, purché si sostituisca il numero quantico azimutale  $k$  [Sommerfeld] con  $j + 1/2$  [Dirac]

# La teoria di Dirac - I

- La teoria di Dirac dell'atomo di idrogeno elimina ogni residuo classico dalla descrizione quantica e relativistica
- La formula dei livelli energetici per un atomo idrogenoide (a un elettrone) con carica nucleare  $Z$  è:

$$E_{n,j} = m_e c^2 \left[ 1 + \frac{(Z\alpha)^2}{[(n-j-1/2) + \sqrt{(j+1/2)^2 - (Z\alpha)^2}]^2} \right]^{-1/2}$$

dove  $n$  è il numero quantico principale,  $j = l + s$  e  $\alpha$  è la costante (adimensionale) di struttura fine ed uguale a  $\approx 1/137$

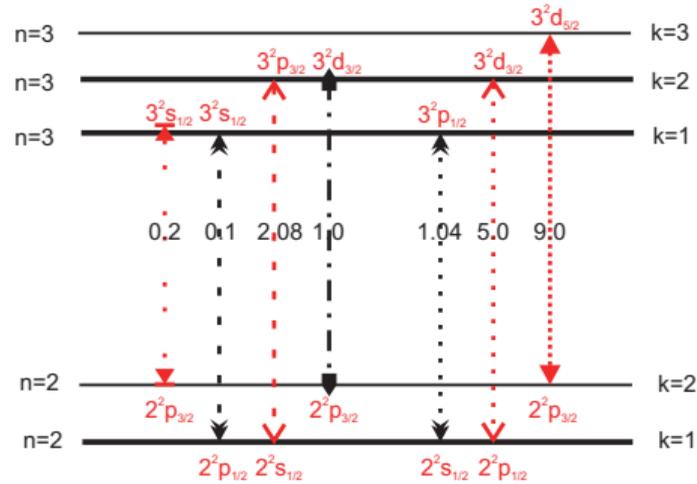
- Per  $Z = 1$ , questa formula, approssimata al primo termine in  $\alpha^2$ , assume la forma (sottraendo il termine  $mc^2$ ):

$$E_{n,j} \approx -m_e c^2 \frac{\alpha^2}{2n^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2}{n} \left( \frac{1}{j+1/2} - \frac{3}{4n} \right) \right]$$

che coincide, **nella forma**, con quella ottenuta da Sommerfeld, purché si sostituisca il numero quantico azimutale  $k$  [Sommerfeld] con  $j + 1/2$  [Dirac]

- **Tuttavia, la fisica sottostante è completamente diversa**

# La teoria di Dirac - II



- Bohr individua i livelli di energia permessi [nel modello razionalizzato] attraverso la quantizzazione del momento angolare dell'elettrone  $l = n\hbar$ ;  $l = 1 \dots n$

# Bohr - Schrödinger

- Bohr individua i livelli di energia permessi [nel modello razionalizzato] attraverso la quantizzazione del momento angolare dell'elettrone  $l = n\hbar$ ;  $l = 1 \dots n$
- Schrödinger individua i livelli di energia permessi come soluzione della sua equazione degli stati stazionari  $\hat{H}\psi = E\psi$ , dove  $\hat{H}$  è l'operatore laplaciano che corrisponde alla somma classica di energia cinetica e potenziale

# Bohr - Schrödinger

- Bohr individua i livelli di energia permessi [nel modello razionalizzato] attraverso la quantizzazione del momento angolare dell'elettrone  $l = n\hbar$ ;  $l = 1 \dots n$
- Schrödinger individua i livelli di energia permessi come soluzione della sua equazione degli stati stazionari  $\hat{H}\psi = E\psi$ , dove  $\hat{H}$  è l'operatore laplaciano che corrisponde alla somma classica di energia cinetica e potenziale
- In entrambe le descrizioni, l'energia dell'elettrone NON dipende dal numero quantico  $l$ . Tuttavia,  $l = 0, 1 \dots n - 1$ , nella descrizione di Schrödinger

# Bohr - Schrödinger

- Bohr individua i livelli di energia permessi [nel modello razionalizzato] attraverso la quantizzazione del momento angolare dell'elettrone  $l = n\hbar$ ;  $l = 1 \dots n$
- Schrödinger individua i livelli di energia permessi come soluzione della sua equazione degli stati stazionari  $\hat{H}\psi = E\psi$ , dove  $\hat{H}$  è l'operatore laplaciano che corrisponde alla somma classica di energia cinetica e potenziale
- In entrambe le descrizioni, l'energia dell'elettrone NON dipende dal numero quantico  $l$ . Tuttavia,  $l = 0, 1 \dots n - 1$ , nella descrizione di Schrödinger
- In ogni stato stazionario vale la relazione  $\langle T \rangle = 1/2 \langle U \rangle$ . Essa vale in entrambe le descrizioni come conseguenza del cosiddetto teorema del viriale formulato da Clausius nel 1870 nell'ambito della meccanica classica, ma valido anche nella meccanica quantica

# Bohr - Schrödinger

- Bohr individua i livelli di energia permessi [nel modello razionalizzato] attraverso la quantizzazione del momento angolare dell'elettrone  $l = n\hbar$ ;  $l = 1 \dots n$
- Schrödinger individua i livelli di energia permessi come soluzione della sua equazione degli stati stazionari  $\hat{H}\psi = E\psi$ , dove  $\hat{H}$  è l'operatore laplaciano che corrisponde alla somma classica di energia cinetica e potenziale
- In entrambe le descrizioni, l'energia dell'elettrone NON dipende dal numero quantico  $l$ . Tuttavia,  $l = 0, 1 \dots n - 1$ , nella descrizione di Schrödinger
- In ogni stato stazionario vale la relazione  $\langle T \rangle = 1/2 \langle U \rangle$ . Essa vale in entrambe le descrizioni come conseguenza del cosiddetto teorema del viriale formulato da Clausius nel 1870 nell'ambito della meccanica classica, ma valido anche nella meccanica quantica
- La descrizione di Bohr si basa su orbite classiche quantizzate; quella di Schrödinger è probabilistica

# Sommerfeld - Dirac

- La descrizione di Sommerfeld si basa su orbite classiche quantizzate; quella di Dirac, è probabilistica

# Sommerfeld - Dirac

- La descrizione di Sommerfeld si basa su orbite classiche quantizzate; quella di Dirac, è probabilistica
- Sommerfeld, rispetto a Bohr, usa la dinamica relativistica invece di quella newtoniana. È questa variante che conduce alla dipendenza dei livelli energetici anche dal numero quantico  $k = 1 \dots n [l]$

# Sommerfeld - Dirac

- La descrizione di Sommerfeld si basa su orbite classiche quantizzate; quella di Dirac, è probabilistica
- Sommerfeld, rispetto a Bohr, usa la dinamica relativistica invece di quella newtoniana. È questa variante che conduce alla dipendenza dei livelli energetici anche dal numero quantico  $k = 1 \dots n$  [1]
- Con questa innovazione – accompagnata dall'inserimento di un nuovo numero quantico e da una nuova condizione di quantizzazione – la formula di Sommerfeld *simula* gli effetti congiunti della dinamica relativistica, inclusa la correzione della precessione di Thomas, e dell'interazione spin-orbita

# Sommerfeld - Dirac

- La descrizione di Sommerfeld si basa su orbite classiche quantizzate; quella di Dirac, è probabilistica
- Sommerfeld, rispetto a Bohr, usa la dinamica relativistica invece di quella newtoniana. È questa variante che conduce alla dipendenza dei livelli energetici anche dal numero quantico  $k = 1 \dots n$  [1]
- Con questa innovazione – accompagnata dall’inserimento di un nuovo numero quantico e da una nuova condizione di quantizzazione – la formula di Sommerfeld *simula* gli effetti congiunti della dinamica relativistica, inclusa la correzione della precessione di Thomas, e dell’interazione spin-orbita
- In effetti, la formula approssimata di Dirac (Sommerfeld) può essere ottenuta partendo dalla descrizione di Schrödinger e trattare perturbativamente la correzione relativistica (inclusa la precessione di Thomas), l’interazione spin-orbita e inserendo un altro termine, detto di “Darwin”, diverso da zero solo per stati  $s$  [per i quali  $|\Psi(0)|^2 \neq 0$ ]. La sua espressione è

$$\Delta E_{\text{Darwin}} = \left( mc^2 \frac{\alpha^2}{2n^2} \right) \frac{\alpha^2}{n}$$

# È tutto a posto?

- “La convinzione che la teoria di Dirac desse completamente ragione dei fatti sperimentali relativi alla spettroscopia dell’atomo di idrogeno e in particolare alla struttura fina della  $H_{\alpha}$  regnò pressoché indiscussa per circa un decennio, finché nel 1938 R. C. Williams, da un accurato esame della curva che della distribuzione dell’intensità nella riga  $H_{\alpha}$  si senti autorizzato ad affermare che la separazione dei massimi del doppietto apparente che costituisce tale riga era lievemente maggiore di quanto la teoria di Dirac portasse a prevedere. [Piero Caldirola, 1950]”

# È tutto a posto?

- “La convinzione che la teoria di Dirac desse completamente ragione dei fatti sperimentali relativi alla spettroscopia dell'atomo di idrogeno e in particolare alla struttura fina della  $H_\alpha$  regnò pressoché indiscussa per circa un decennio, finché nel 1938 R. C. Williams, da un accurato esame della curva che della distribuzione dell'intensità nella riga  $H_\alpha$  si senti autorizzato ad affermare che la separazione dei massimi del doppietto apparente che costituisce tale riga era lievemente maggiore di quanto la teoria di Dirac portasse a prevedere. [Piero Caldirola, 1950]”
- Pasternack, osservò che i risultati ottenuti da Williams potevano essere interpretati supponendo che il livello  $2^2s_{1/2}$  fosse di circa  $0.03 \text{ cm}^{-1}$  più alto del livello  $2^2p_{1/2}$

# È tutto a posto?

- “La convinzione che la teoria di Dirac desse completamente ragione dei fatti sperimentali relativi alla spettroscopia dell'atomo di idrogeno e in particolare alla struttura fina della  $H_\alpha$  regnò pressoché indiscussa per circa un decennio, finché nel 1938 R. C. Williams, da un accurato esame della curva che della distribuzione dell'intensità nella riga  $H_\alpha$  si senti autorizzato ad affermare che la separazione dei massimi del doppietto apparente che costituisce tale riga era lievemente maggiore di quanto la teoria di Dirac portasse a prevedere. [Piero Caldirola, 1950]”
- Pasternack, osservò che i risultati ottenuti da Williams potevano essere interpretati supponendo che il livello  $2^2s_{1/2}$  fosse di circa  $0.03 \text{ cm}^{-1}$  più alto del livello  $2^2p_{1/2}$
- “Va però tenuto presente che le deviazioni della struttura teorica della  $H_\alpha$ , osservate sperimentalmente da R. C. Williams, erano così piccole da essere addirittura incerto se si trattasse di un effetto reale [Piero Caldirola, 1950]”

# È tutto a posto?

- “La convinzione che la teoria di Dirac desse completamente ragione dei fatti sperimentali relativi alla spettroscopia dell'atomo di idrogeno e in particolare alla struttura fina della  $H_{\alpha}$  regnò pressoché indiscussa per circa un decennio, finché nel 1938 R. C. Williams, da un accurato esame della curva che della distribuzione dell'intensità nella riga  $H_{\alpha}$  si senti autorizzato ad affermare che la separazione dei massimi del doppietto apparente che costituisce tale riga era lievemente maggiore di quanto la teoria di Dirac portasse a prevedere. [Piero Caldirola, 1950]”
- Pasternack, osservò che i risultati ottenuti da Williams potevano essere interpretati supponendo che il livello  $2^2s_{1/2}$  fosse di circa  $0.03 \text{ cm}^{-1}$  più alto del livello  $2^2p_{1/2}$
- “Va però tenuto presente che le deviazioni della struttura teorica della  $H_{\alpha}$ , osservate sperimentalmente da R. C. Williams, erano così piccole da essere addirittura incerto se si trattasse di un effetto reale [Piero Caldirola, 1950]”
- “Ed infatti nei 1940 Drinkwater, Richardson e W. E. Williams, in una loro ricerca invero assai pregevole come tecnica sperimentale ma forse non discussa con altrettanta accuratezza, credettero di poter concludere che, nei limiti almeno degli errori sperimentali, non si rilevava spostamento alcuno tra la posizione delle righe osservata sperimentalmente e quella prevista dalla teoria di Dirac [Piero Caldirola, 1950]”

# Caldirola e Giulotto

- Caldirola propone quindi a Giulotto di cercare di chiarire la questione: **qui**

## Caldirola e Giulotto

- Caldirola propone quindi a Giulotto di cercare di chiarire la questione: **qui**
- La ricerca, iniziata nel 1942, fu ultimata solo nel 1947 a causa degli eventi bellici: Giulotto, dopo l'otto settembre 1943 si rifugia in Svizzera dove, nel campo universitario di Mürren, svolge un corso di fisica per i rifugiati

# Caldirola e Giulotto

- Caldirola propone quindi a Giulotto di cercare di chiarire la questione: **qui**
- La ricerca, iniziata nel 1942, fu ultimata solo nel 1947 a causa degli eventi bellici: Giulotto, dopo l'otto settembre 1943 si rifugia in Svizzera dove, nel campo universitario di Mürren, svolge un corso di fisica per i rifugiati
- Le misure precedenti sono riassunte nella tabella seguente:

Autori	Separazione $\text{cm}^{-1}$
Kent, Taylor e Pearson	318
Houston e Hsieh	319.1
Williams e Gibbs	308
Spedding, Shane e Grace	$328 \pm 6$
Williams	316.7
Drinkwater, Richardson e Williams	316

Tabella: separazione tra le componenti più intense (1 e 2) della riga  $H_\alpha$  dell'idrogeno in  $\text{cm}^{-1}$   
separazione teorica  $328.5\text{cm}^{-1}$

# Le misure di Giulotto

- La lampada a scarica contenente idrogeno era immersa nell'aria liquida. Lo spettrometro era a deviazione costante e la luce, prima di raggiungere il prisma passava attraverso una lamina di Lummer (o un étalon di Fabry e Pérot). Il rivelatore era una lastra fotografica tarata.

# Le misure di Giullotto

- La lampada a scarica contenente idrogeno era immersa nell'aria liquida. Lo spettrometro era a deviazione costante e la luce, prima di raggiungere il prisma passava attraverso una lamina di Lummer (o un étalon di Fabry e Pérot). Il rivelatore era una lastra fotografica tarata.
- Dieci misure effettuate con la lamina di Lummer hanno fornito una separazione media tra le due componenti più intense di  $309.3 \pm 4 \text{ cm}^{-1}$

# Le misure di Giulotto

- La lampada a scarica contenente idrogeno era immersa nell'aria liquida. Lo spettrometro era a deviazione costante e la luce, prima di raggiungere il prisma passava attraverso una lamina di Lummer (o un étalon di Fabry e Pérot). Il rivelatore era una lastra fotografica tarata.
- Dieci misure effettuate con la lamina di Lummer hanno fornito una separazione media tra le due componenti più intense di  $309.3 \pm 4 \text{ cm}^{-1}$ 
  - Il confronto tra la curva sperimentale (1) e teorica (2) è mostrato nella seguente figura

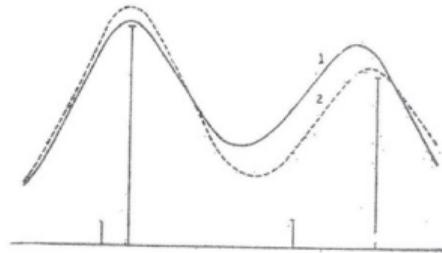


Fig. 4.

# Le misure di Giulotto

- La lampada a scarica contenente idrogeno era immersa nell'aria liquida. Lo spettrometro era a deviazione costante e la luce, prima di raggiungere il prisma passava attraverso una lamina di Lummer (o un étalon di Fabry e Pérot). Il rivelatore era una lastra fotografica tarata.
- Dieci misure effettuate con la lamina di Lummer hanno fornito una separazione media tra le due componenti più intense di  $309.3 \pm 4 \text{ cm}^{-1}$ 
  - Il confronto tra la curva sperimentale (1) e teorica (2) è mostrato nella seguente figura

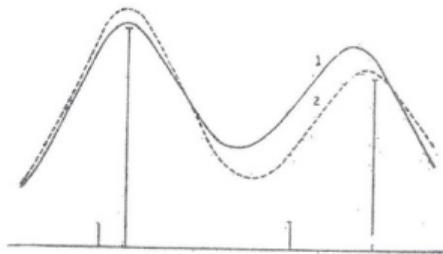
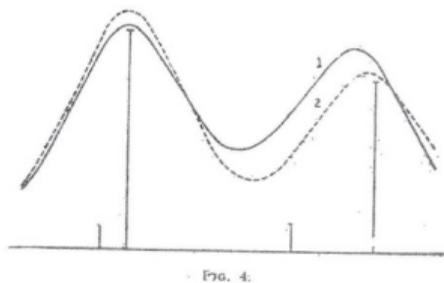


FIG. 4.

- Giulotto conclude: “Se, non intervenendo un misterioso errore sistematico, i risultati della maggior parte degli sperimentatori, ai quali si aggiunge ora il nostro contributo, si possono considerare come una prova che le separazioni fra le componenti la struttura fine della riga  $H_{\alpha}$  non corrispondono esattamente ai valori che si ricavano applicando la teoria di Dirac, **il problema dal punto di vista teorico deve considerarsi tuttora aperto** [Giulotto, La ricerca Scientifica, 1947]”

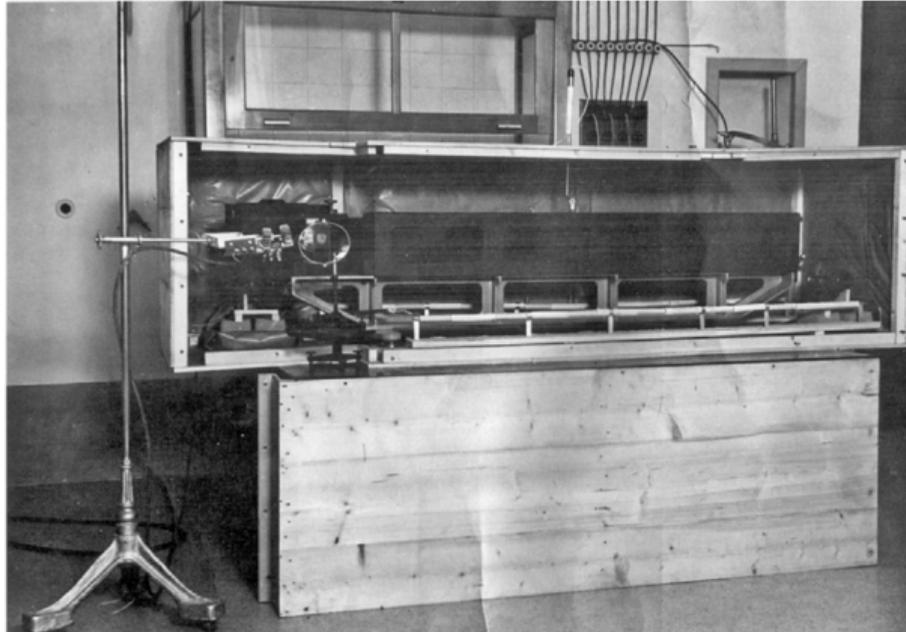
# Le misure di Giulotto

- La lampada a scarica contenente idrogeno era immersa nell'aria liquida. Lo spettrometro era a deviazione costante e la luce, prima di raggiungere il prisma passava attraverso una lamina di Lummer (o un étalon di Fabry e Pérot). Il rivelatore era una lastra fotografica tarata.
- Dieci misure effettuate con la lamina di Lummer hanno fornito una separazione media tra le due componenti più intense di  $309.3 \pm 4 \text{ cm}^{-1}$ 
  - Il confronto tra la curva sperimentale (1) e teorica (2) è mostrato nella seguente figura



- Giulotto conclude: “Se, non intervenendo un misterioso errore sistematico, i risultati della maggior parte degli sperimentatori, ai quali si aggiunge ora il nostro contributo, si possono considerare come una prova che le separazioni fra le componenti la struttura fine della riga  $H_{\alpha}$  non corrispondono esattamente ai valori che si ricavano applicando la teoria di Dirac, **il problema dal punto di vista teorico deve considerarsi tuttora aperto** [Giulotto, La ricerca Scientifica, 1947]”
- Giulotto ha pubblicato anche una breve nota su *Physical Review* nello stesso anno.

# Lo spettrometro Hilger usato da Giulotto



detto “il cocodrillo”

## Fine anni Cinquanta



Da sinistra - prima fila: Maria Cibrario Cinquini (?, di spalle), Gilda Olivelli, Zaira Ollano, Piero Caldirola, (?), Orazio Specchia. Seconda fila: Fausto Fumi (dietro Olivelli), Nevil Mott (dietro Ollano)

- Nel 1947, Willis Eugene Lamb affrontò il problema della riga  $H_\alpha$  da un punto di vista completamente diverso

- Nel 1947, Willis Eugene Lamb affrontò il problema della riga  $H_{\alpha}$  da un punto di vista completamente diverso
- Nei primi anni quaranta, Lamb aveva acquisito le tecniche della produzione e manipolazione delle microonde al Columbia Radiation Laboratory istituito per esigenze belliche

- Nel 1947, Willis Eugene Lamb affrontò il problema della riga  $H_{\alpha}$  da un punto di vista completamente diverso
- Nei primi anni quaranta, Lamb aveva acquisito le tecniche della produzione e manipolazione delle microonde al Columbia Radiation Laboratory istituito per esigenze belliche
- Con Robert Retherford mise a punto un sofisticato apparato sperimentale per osservare eventuali fenomeni di assorbimento delle microonde tra i livelli della riga  $H_{\alpha}$



Schema dell'apparato sperimentale. Il campo magnetico suddivide i livelli energetici per effetto Zeeman. In assenza di campo magnetico, anche un piccolo campo elettrico potrebbe mescolare i due stati  $2^2s_{1/2}$  e  $2^2p_{1/2}$  riducendo la metastabilità dello stato  $2^2s_{1/2}$  [Caldirola, 1950, pp. 97-98]

## I risultati sperimentali [dall'articolo del 1947]

- “L'idrogeno molecolare è dissociato termicamente in un forno di tungsteno, e un getto di atomi fuoriesce da una fessura ed è bombardato trasversalmente da un flusso di elettroni. Circa una parte su cento milioni degli atomi viene eccitata allo stato **metastabile**  $2^2S_{1/2}$ . Gli atomi metastabili (con una piccola deflessione di rinculo) si muovono fuori dalla regione del bombardamento e sono rivelati attraverso il processo di emissione di elettroni da un bersaglio metallico. [L&R, 1947]”

# I risultati sperimentali [dall'articolo del 1947]

- “L'idrogeno molecolare è dissociato termicamente in un forno di tungsteno, e un getto di atomi fuoriesce da una fessura ed è bombardato trasversalmente da un flusso di elettroni. Circa una parte su cento milioni degli atomi viene eccitata allo stato **metastabile**  $2^2S_{1/2}$ . Gli atomi metastabili (con una piccola deflessione di rinculo) si muovono fuori dalla regione del bombardamento e sono rivelati attraverso il processo di emissione di elettroni da un bersaglio metallico. [L&R, 1947]”
- “Se il fascio di atomi metastabili è sottoposto a campi perturbativi che causano una transizione verso uno qualsiasi degli stati  $2^2p$ , gli atomi decadono percorrendo una distanza molto piccola. Di conseguenza, la corrente del fascio diminuirà, poiché il rivelatore non risponde agli atomi nello stato fondamentale. [...] Le transizioni possono anche essere indotte da radiazioni a radiofrequenza per cui  $h\nu$  corrisponde alla differenza di energia tra una delle componenti Zeeman di  $2^2s_{1/2}$  e qualsiasi componente di  $2^2p_{1/2}$  o  $2^2p_{3/2}$ . Tali misurazioni forniscono un metodo preciso per determinare la posizione dello stato  $2^2s_{1/2}$  rispetto agli stati  $p$ , così come la distanza tra questi ultimi stati.”

## I risultati sperimentali [dall'articolo del 1947]

- “L'idrogeno molecolare è dissociato termicamente in un forno di tungsteno, e un getto di atomi fuoriesce da una fessura ed è bombardato trasversalmente da un flusso di elettroni. Circa una parte su cento milioni degli atomi viene eccitata allo stato **metastabile**  $2^2S_{1/2}$ . Gli atomi metastabili (con una piccola deflessione di rinculo) si muovono fuori dalla regione del bombardamento e sono rivelati attraverso il processo di emissione di elettroni da un bersaglio metallico. [L&R, 1947]”
- “Se il fascio di atomi metastabili è sottoposto a campi perturbativi che causano una transizione verso uno qualsiasi degli stati  $2^2p$ , gli atomi decadono percorrendo una distanza molto piccola. Di conseguenza, la corrente del fascio diminuirà, poiché il rivelatore non risponde agli atomi nello stato fondamentale. [...] Le transizioni possono anche essere indotte da radiazioni a radiofrequenza per cui  $h\nu$  corrisponde alla differenza di energia tra una delle componenti Zeeman di  $2^2s_{1/2}$  e qualsiasi componente di  $2^2p_{1/2}$  o  $2^2p_{3/2}$ . Tali misurazioni forniscono un metodo preciso per determinare la posizione dello stato  $2^2s_{1/2}$  rispetto agli stati  $p$ , così come la distanza tra questi ultimi stati.”
- “I risultati indicano chiaramente che, **contrariamente alla teoria ma in sostanziale accordo con l'ipotesi di Pasternack**, lo stato  $2^2s_{1/2}$  è più alto dello stato  $2^2p_{1/2}$  di circa 1000 MHz ( $0,033 \text{ cm}^{-1}$  o circa il 9% della separazione del doppietto di spin - relatività). Anche le transizioni a frequenza più bassa  $2^2s_{1/2} (m = 1/2) \rightarrow 2^2p_{1/2} (m = \pm 1/2)$  sono state osservate e concordano bene con questo spostamento del livello  $2^2p_{1/2}$ .”

# I risultati sperimentali [dall'articolo del 1947]

- “L'idrogeno molecolare è dissociato termicamente in un forno di tungsteno, e un getto di atomi fuoriesce da una fessura ed è bombardato trasversalmente da un flusso di elettroni. Circa una parte su cento milioni degli atomi viene eccitata allo stato **metastabile**  $2^2S_{1/2}$ . Gli atomi metastabili (con una piccola deflessione di rinculo) si muovono fuori dalla regione del bombardamento e sono rivelati attraverso il processo di emissione di elettroni da un bersaglio metallico. [L&R, 1947]”
- “Se il fascio di atomi metastabili è sottoposto a campi perturbativi che causano una transizione verso uno qualsiasi degli stati  $2^2p$ , gli atomi decadono percorrendo una distanza molto piccola. Di conseguenza, la corrente del fascio diminuirà, poiché il rivelatore non risponde agli atomi nello stato fondamentale. [...] Le transizioni possono anche essere indotte da radiazioni a radiofrequenza per cui  $h\nu$  corrisponde alla differenza di energia tra una delle componenti Zeeman di  $2^2s_{1/2}$  e qualsiasi componente di  $2^2p_{1/2}$  o  $2^2p_{3/2}$ . Tali misurazioni forniscono un metodo preciso per determinare la posizione dello stato  $2^2s_{1/2}$  rispetto agli stati  $p$ , così come la distanza tra questi ultimi stati.”
- “I risultati indicano chiaramente che, **contrariamente alla teoria ma in sostanziale accordo con l'ipotesi di Pasternack**, lo stato  $2^2s_{1/2}$  è più alto dello stato  $2^2p_{1/2}$  di circa 1000 MHz ( $0,033 \text{ cm}^{-1}$  o circa il 9% della separazione del doppietto di spin - relatività). Anche le transizioni a frequenza più bassa  $2^2s_{1/2} (m = 1/2) \rightarrow 2^2p_{1/2} (m = \pm 1/2)$  sono state osservate e concordano bene con questo spostamento del livello  $2^2p_{1/2}$ .”
- Misure più accurate (1953) danno  $\Delta\nu = 1057.77 \pm 0.10 \text{ MHz}$

# I risultati sperimentali [dall'articolo del 1947]

- “L'idrogeno molecolare è dissociato termicamente in un forno di tungsteno, e un getto di atomi fuoriesce da una fessura ed è bombardato trasversalmente da un flusso di elettroni. Circa una parte su cento milioni degli atomi viene eccitata allo stato **metastabile**  $2^2S_{1/2}$ . Gli atomi metastabili (con una piccola deflessione di rinculo) si muovono fuori dalla regione del bombardamento e sono rivelati attraverso il processo di emissione di elettroni da un bersaglio metallico. [L&R, 1947]”
- “Se il fascio di atomi metastabili è sottoposto a campi perturbativi che causano una transizione verso uno qualsiasi degli stati  $2^2p$ , gli atomi decadono percorrendo una distanza molto piccola. Di conseguenza, la corrente del fascio diminuirà, poiché il rivelatore non risponde agli atomi nello stato fondamentale. [...] Le transizioni possono anche essere indotte da radiazioni a radiofrequenza per cui  $h\nu$  corrisponde alla differenza di energia tra una delle componenti Zeeman di  $2^2s_{1/2}$  e qualsiasi componente di  $2^2p_{1/2}$  o  $2^2p_{3/2}$ . Tali misurazioni forniscono un metodo preciso per determinare la posizione dello stato  $2^2s_{1/2}$  rispetto agli stati  $p$ , così come la distanza tra questi ultimi stati.”
- “I risultati indicano chiaramente che, **contrariamente alla teoria ma in sostanziale accordo con l'ipotesi di Pasternack**, lo stato  $2^2s_{1/2}$  è più alto dello stato  $2^2p_{1/2}$  di circa 1000 MHz ( $0,033 \text{ cm}^{-1}$  o circa il 9% della separazione del doppietto di spin - relatività). Anche le transizioni a frequenza più bassa  $2^2s_{1/2} (m = 1/2) \rightarrow 2^2p_{1/2} (m = \pm 1/2)$  sono state osservate e concordano bene con questo spostamento del livello  $2^2p_{1/2}$ .”
- Misure più accurate (1953) danno  $\Delta\nu = 1057.77 \pm 0.10 \text{ MHz}$
- La descrizione teorica dello Lamb-shift fu data dalla elettrodinamica quantica

## La struttura svelata - Presupposti teorici

- L'allargamento Doppler di una riga di assorbimento (o di emissione) potrebbe essere eliminato se si riuscisse ad agire solo sugli atomi in quiete. In questo caso, se l'energia di rinculo degli atomi è trascurabile rispetto alla larghezza naturale della riga, si osserverebbe solo quest'ultima

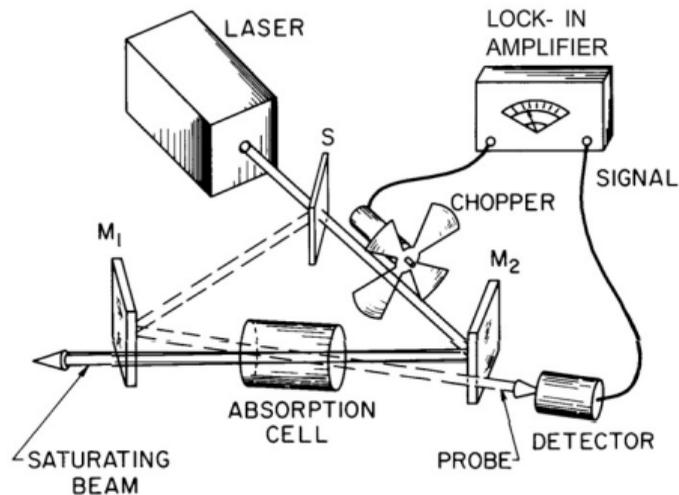
## La struttura svelata - Presupposti teorici

- L'allargamento Doppler di una riga di assorbimento (o di emissione) potrebbe essere eliminato se si riuscisse ad agire solo sugli atomi in quiete. In questo caso, se l'energia di rinculo degli atomi è trascurabile rispetto alla larghezza naturale della riga, si osserverebbe solo quest'ultima
- Nel caso della riga  $H_{\alpha}$  abbiamo:  $\Gamma \approx \Delta E_M / \tau \approx 4.14 \times 10^{-7}$ , eV;  
 $E_R = \Delta E_M^2 / 2m_H c^2 \approx 1.9 \times 10^{-9}$ , eV  $\Rightarrow E_R / \Gamma \approx 4.59 \times 10^{-3}$

## La struttura svelata - Presupposti teorici

- L'allargamento Doppler di una riga di assorbimento (o di emissione) potrebbe essere eliminato se si riuscisse ad agire solo sugli atomi in quiete. In questo caso, se l'energia di rinculo degli atomi è trascurabile rispetto alla larghezza naturale della riga, si osserverebbe solo quest'ultima
- Nel caso della riga  $H_{\alpha}$  abbiamo:  $\Gamma \approx \Delta E_M / \tau \approx 4.14 \times 10^{-7}$ , eV;  
 $E_R = \Delta E_M^2 / 2m_H c^2 \approx 1.9 \times 10^{-9}$ , eV  $\Rightarrow E_R / \Gamma \approx 4.59 \times 10^{-3}$
- Come fare?

## La struttura svelata - Apparato sperimentale



Schema dell'apparato sperimentale per lo studio della riga  $H_{\alpha}$  dell'atomo di idrogeno con la tecnica della spettroscopia di saturazione. [Figura tratta dalla Nobel Lecture di A.L. Schawlow, [qui](#)]

## La struttura svelata - Esperimento

- Un fascio di luce laser – a frequenza variabile – è suddiviso in due fasci, uno molto intenso (fascio di saturazione) e l'altro debole (fascio sonda)

## La struttura svelata - Esperimento

- Un fascio di luce laser – a frequenza variabile – è suddiviso in due fasci, uno molto intenso (fascio di saturazione) e l'altro debole (fascio sonda)
- I due fasci attraversano la cella contenente atomi di idrogeno lungo due direzioni opposte ( $\pm x$ ). L'energia dei fotoni è  $BE_0$  con  $B \ll 1$ . Questi fotoni possono essere assorbiti solo dagli atomi la cui velocità lungo  $x$  è  $\pm Bc$ .

## La struttura svelata - Esperimento

- Un fascio di luce laser – a frequenza variabile – è suddiviso in due fasci, uno molto intenso (fascio di saturazione) e l'altro debole (fascio sonda)
- I due fasci attraversano la cella contenente atomi di idrogeno lungo due direzioni opposte ( $\pm x$ ). L'energia dei fotoni è  $BE_0$  con  $B \ll 1$ . Questi fotoni possono essere assorbiti solo dagli atomi la cui velocità lungo  $x$  è  $\pm Bc$ .
- Il fascio di saturazione è periodicamente interrotto da un chopper con una determinata frequenza e il fascio sonda colpisce un rivelatore

## La struttura svelata - Esperimento

- Un fascio di luce laser – a frequenza variabile – è suddiviso in due fasci, uno molto intenso (fascio di saturazione) e l'altro debole (fascio sonda)
- I due fasci attraversano la cella contenente atomi di idrogeno lungo due direzioni opposte ( $\pm x$ ). L'energia dei fotoni è  $BE_0$  con  $B \ll 1$ . Questi fotoni possono essere assorbiti solo dagli atomi la cui velocità lungo  $x$  è  $\pm Bc$ .
- Il fascio di saturazione è periodicamente interrotto da un chopper con una determinata frequenza e il fascio sonda colpisce un rivelatore
- Il segnale prodotto dal fascio sonda e il segnale di riferimento proveniente dal chopper sono avviati a un amplificatore a sensibilità di fase

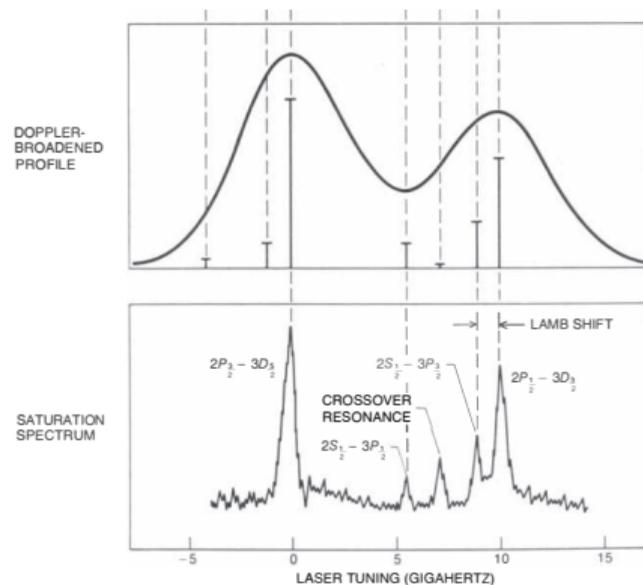
## La struttura svelata - Esperimento

- Un fascio di luce laser – a frequenza variabile – è suddiviso in due fasci, uno molto intenso (fascio di saturazione) e l'altro debole (fascio sonda)
- I due fasci attraversano la cella contenente atomi di idrogeno lungo due direzioni opposte ( $\pm x$ ). L'energia dei fotoni è  $BE_0$  con  $B \ll 1$ . Questi fotoni possono essere assorbiti solo dagli atomi la cui velocità lungo  $x$  è  $\pm Bc$ .
- Il fascio di saturazione è periodicamente interrotto da un chopper con una determinata frequenza e il fascio sonda colpisce un rivelatore
- Il segnale prodotto dal fascio sonda e il segnale di riferimento proveniente dal chopper sono avviati a un amplificatore a sensibilità di fase
- Quando la frequenza del laser è lontana da  $\nu_0$  – frequenza corrispondente alla massima intensità della riga di assorbimento – (ma sempre all'interno della riga Doppler), il fascio sonda è assorbito dagli atomi che viaggiano in direzione opposta ad esso

## La struttura svelata - Esperimento

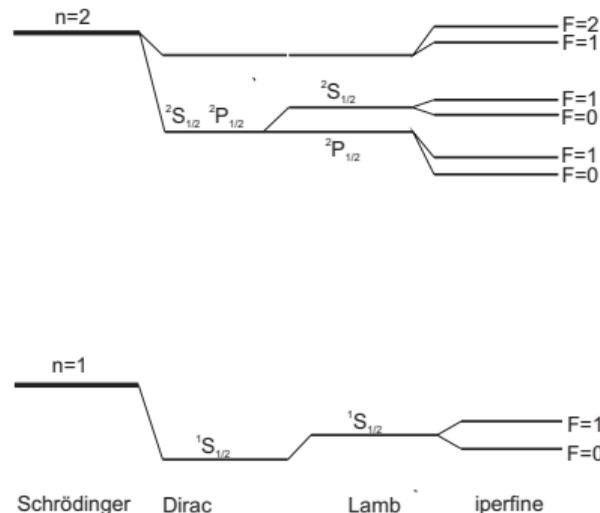
- Un fascio di luce laser – a frequenza variabile – è suddiviso in due fasci, uno molto intenso (fascio di saturazione) e l'altro debole (fascio sonda)
- I due fasci attraversano la cella contenente atomi di idrogeno lungo due direzioni opposte ( $\pm x$ ). L'energia dei fotoni è  $BE_0$  con  $B \ll 1$ . Questi fotoni possono essere assorbiti solo dagli atomi la cui velocità lungo  $x$  è  $\pm Bc$ .
- Il fascio di saturazione è periodicamente interrotto da un chopper con una determinata frequenza e il fascio sonda colpisce un rivelatore
- Il segnale prodotto dal fascio sonda e il segnale di riferimento proveniente dal chopper sono avviati a un amplificatore a sensibilità di fase
- Quando la frequenza del laser è lontana da  $\nu_0$  – frequenza corrispondente alla massima intensità della riga di assorbimento – (ma sempre all'interno della riga Doppler), il fascio sonda è assorbito dagli atomi che viaggiano in direzione opposta ad esso
- Quando invece la frequenza dei fasci laser è uguale a  $\nu_0$ , il fascio sonda viene assorbito/non assorbito, con la stessa frequenza del chopper, dagli atomi **che hanno velocità nulla lungo la direzione dei fasci**: la relativa curva di assorbimento sarà quella della riga naturale depurata dall'effetto Doppler

# La struttura svelata



Spettro di assorbimento della riga  $H_{\alpha}$  dell'atomo di idrogeno ottenuto con la tecnica della spettroscopia di saturazione. Sono osservate quattro transizioni. Il picco indicato come "cross-over resonance" è un artefatto. [Figura tratta da: Theodor W. Hänsch, Arthur L. Schawlow and George W. Series, *Sci. Am.*, **240**, 94-111.

# Tutte le interazioni



I vari contributi ai primi due livelli dell'atomo di idrogeno. Le ordinate non sono in scala.

# Ubique?

“La costante di struttura fine è una delle *vere costanti fondamentali della natura*, e attualmente è una costante puramente empirica nel senso che non abbiamo una comprensione teorica della sua grandezza. Avrebbe potuto benissimo “risultare” grande, nel qual caso il mondo sarebbe apparso molto diverso, anzi, *inimmaginabilmente* diverso.” [H.

Wichmann, *Quantum Physics - BPC vol 4*

La costante di struttura fine è data da:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{c}$$

- $\alpha = v_0/c$ , dove  $v_0$  è la velocità dell'elettrone nella prima orbita di Bohr

# Ubique?

“La costante di struttura fine è una delle *vere costanti fondamentali della natura*, e attualmente è una costante puramente empirica nel senso che non abbiamo una comprensione teorica della sua grandezza. Avrebbe potuto benissimo “risultare” grande, nel qual caso il mondo sarebbe apparso molto diverso, anzi, *inimmaginabilmente* diverso.” [H.

Wichmann, *Quantum Physics - BPC vol 4*

La costante di struttura fine è data da:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{c}$$

- $\alpha = v_0/c$ , dove  $v_0$  è la velocità dell'elettrone nella prima orbita di Bohr
- $\alpha^2$  dà l'ordine di grandezza dei livelli energetici dell'idrogeno rispetto a  $m_e c^2$ . Infatti  $E_n = -m_e c^2 \times \alpha^2 / 2n$

# Ubique?

“La costante di struttura fine è una delle *vere costanti fondamentali della natura*, e attualmente è una costante puramente empirica nel senso che non abbiamo una comprensione teorica della sua grandezza. Avrebbe potuto benissimo “risultare” grande, nel qual caso il mondo sarebbe apparso molto diverso, anzi, *inimmaginabilmente* diverso.” [H.

Wichmann, *Quantum Physics - BPC vol 4*

La costante di struttura fine è data da:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{c}$$

- $\alpha = v_0/c$ , dove  $v_0$  è la velocità dell'elettrone nella prima orbita di Bohr
- $\alpha^2$  dà l'ordine di grandezza dei livelli energetici dell'idrogeno rispetto a  $m_e c^2$ . Infatti  $E_n = -m_e c^2 \times \alpha^2 / 2n$
- $\alpha$  è la costante di struttura fine; le correzioni relativistiche e di struttura fine dei livelli energetici sono proporzionali a  $\alpha^4$

# Ubique?

“La costante di struttura fine è una delle *vere costanti fondamentali della natura*, e attualmente è una costante puramente empirica nel senso che non abbiamo una comprensione teorica della sua grandezza. Avrebbe potuto benissimo “risultare” grande, nel qual caso il mondo sarebbe apparso molto diverso, anzi, *inimmaginabilmente* diverso.” [H.

Wichmann, *Quantum Physics - BPC vol 4*

La costante di struttura fine è data da:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{c}$$

- $\alpha = v_0/c$ , dove  $v_0$  è la velocità dell'elettrone nella prima orbita di Bohr
- $\alpha^2$  dà l'ordine di grandezza dei livelli energetici dell'idrogeno rispetto a  $m_e c^2$ . Infatti  $E_n = -m_e c^2 \times \alpha^2 / 2n$
- $\alpha$  è la costante di struttura fine; le correzioni relativistiche e di struttura fine dei livelli energetici sono proporzionali a  $\alpha^4$
- $\alpha$  è uguale al rapporto tra lunghezza d'onda di Compton  $\lambda_C = h/(m_e c)$  e il raggio della prima orbita di Bohr

# Ubique?

“La costante di struttura fine è una delle *vere costanti fondamentali della natura*, e attualmente è una costante puramente empirica nel senso che non abbiamo una comprensione teorica della sua grandezza. Avrebbe potuto benissimo “risultare” grande, nel qual caso il mondo sarebbe apparso molto diverso, anzi, *inimmaginabilmente* diverso.” [H.

Wichmann, *Quantum Physics - BPC vol 4*

La costante di struttura fine è data da:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{c}$$

- $\alpha = v_0/c$ , dove  $v_0$  è la velocità dell'elettrone nella prima orbita di Bohr
- $\alpha^2$  dà l'ordine di grandezza dei livelli energetici dell'idrogeno rispetto a  $m_e c^2$ . Infatti  $E_n = -m_e c^2 \times \alpha^2 / 2n$
- $\alpha$  è la costante di struttura fine; le correzioni relativistiche e di struttura fine dei livelli energetici sono proporzionali a  $\alpha^4$
- $\alpha$  è uguale al rapporto tra lunghezza d'onda di Compton  $\lambda_C = h/(m_e c)$  e il raggio della prima orbita di Bohr
- $\alpha$  è uguale al rapporto tra l'energia elettrostatica tra due cariche puntiformi e poste alla distanza  $r = \lambda_C$  di Compton e l'energia associata alla lunghezza d'onda di Compton

# Ubique?

“La costante di struttura fine è una delle *vere costanti fondamentali della natura*, e attualmente è una costante puramente empirica nel senso che non abbiamo una comprensione teorica della sua grandezza. Avrebbe potuto benissimo “risultare” grande, nel qual caso il mondo sarebbe apparso molto diverso, anzi, *inimmaginabilmente* diverso.” [H.

Wichmann, *Quantum Physics - BPC vol 4*

La costante di struttura fine è data da:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{c}$$

- $\alpha = v_0/c$ , dove  $v_0$  è la velocità dell'elettrone nella prima orbita di Bohr
- $\alpha^2$  dà l'ordine di grandezza dei livelli energetici dell'idrogeno rispetto a  $m_e c^2$ . Infatti  $E_n = -m_e c^2 \times \alpha^2 / 2n$
- $\alpha$  è la costante di struttura fine; le correzioni relativistiche e di struttura fine dei livelli energetici sono proporzionali a  $\alpha^4$
- $\alpha$  è uguale al rapporto tra lunghezza d'onda di Compton  $\lambda_C = h/(m_e c)$  e il raggio della prima orbita di Bohr
- $\alpha$  è uguale al rapporto tra l'energia elettrostatica tra due cariche puntiformi e poste alla distanza  $r = \lambda_C$  di Compton e l'energia associata alla lunghezza d'onda di Compton
- $\alpha$  è legata alla costante di von Klitzing  $R_K = h/e^2$

# Ubique?

“La costante di struttura fine è una delle *vere costanti fondamentali della natura*, e attualmente è una costante puramente empirica nel senso che non abbiamo una comprensione teorica della sua grandezza. Avrebbe potuto benissimo “risultare” grande, nel qual caso il mondo sarebbe apparso molto diverso, anzi, *inimmaginabilmente* diverso.” [H.

Wichmann, *Quantum Physics - BPC vol 4*

La costante di struttura fine è data da:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{c}$$

- $\alpha = v_0/c$ , dove  $v_0$  è la velocità dell'elettrone nella prima orbita di Bohr
- $\alpha^2$  dà l'ordine di grandezza dei livelli energetici dell'idrogeno rispetto a  $m_e c^2$ . Infatti  $E_n = -m_e c^2 \times \alpha^2 / 2n$
- $\alpha$  è la costante di struttura fine; le correzioni relativistiche e di struttura fine dei livelli energetici sono proporzionali a  $\alpha^4$
- $\alpha$  è uguale al rapporto tra lunghezza d'onda di Compton  $\lambda_C = h/(m_e c)$  e il raggio della prima orbita di Bohr
- $\alpha$  è uguale al rapporto tra l'energia elettrostatica tra due cariche puntiformi e poste alla distanza  $r = \lambda_C$  di Compton e l'energia associata alla lunghezza d'onda di Compton
- $\alpha$  è legata alla costante di von Klitzing  $R_K = h/e^2$
- In elettrodinamica quantistica (QED),  $\alpha$  è il parametro di accoppiamento che determina l'intensità dell'interazione tra fotoni e particelle cariche

# Epilogo

- La storia della riga  $H_\alpha$  dell'atomo di idrogeno, iniziata nel 1892, ha attraversato tre quarti del ventesimo secolo. I punti di svolta sono stati caratterizzati dall'uso di nuove tecniche sperimentali. L'apparente doppietto è stato scoperto con la spettroscopia interferenziale (anche se, come osservato da Michelson, non necessaria). La discrepanza tra le predizioni della teoria di Dirac e gli esperimenti, sebbene suggerita da studi spettroscopici tradizionali, è stata confermata dall'uso della allora nascente spettroscopia a microonde. Infine, lo svelamento della sua complessa struttura è stato reso possibile dalla spettroscopia di saturazione che ha infranto le barriere poste dall'allargamento Doppler delle righe.

# Epilogo

- La storia della riga  $H_\alpha$  dell'atomo di idrogeno, iniziata nel 1892, ha attraversato tre quarti del ventesimo secolo. I punti di svolta sono stati caratterizzati dall'uso di nuove tecniche sperimentali. L'apparente doppietto è stato scoperto con la spettroscopia interferenziale (anche se, come osservato da Michelson, non necessaria). La discrepanza tra le predizioni della teoria di Dirac e gli esperimenti, sebbene suggerita da studi spettroscopici tradizionali, è stata confermata dall'uso della allora nascente spettroscopia a microonde. Infine, lo svelamento della sua complessa struttura è stato reso possibile dalla spettroscopia di saturazione che ha infranto le barriere poste dall'allargamento Doppler delle righe.
- Gli sviluppi teorici che hanno accompagnato le vicende sperimentali hanno dapprima tratto alimento dalla "vecchia teoria dei quanti" basata su una descrizione spazio-temporale dei fenomeni sulla quale erano sovrapposte regole di quantizzazione. Il culmine di questo sviluppo è stato raggiunto con la descrizione dell'interazione spin-orbita includente la "precessione di Thomas". La teoria di Dirac ha segnato una cesura con il passato, cesura che sarebbe stata approfondita dalla nascita della elettrodinamica quantistica.

- La storia della riga  $H_\alpha$  dell'atomo di idrogeno, iniziata nel 1892, ha attraversato tre quarti del ventesimo secolo. I punti di svolta sono stati caratterizzati dall'uso di nuove tecniche sperimentali. L'apparente doppietto è stato scoperto con la spettroscopia interferenziale (anche se, come osservato da Michelson, non necessaria). La discrepanza tra le predizioni della teoria di Dirac e gli esperimenti, sebbene suggerita da studi spettroscopici tradizionali, è stata confermata dall'uso della allora nascente spettroscopia a microonde. Infine, lo svelamento della sua complessa struttura è stato reso possibile dalla spettroscopia di saturazione che ha infranto le barriere poste dall'allargamento Doppler delle righe.
- Gli sviluppi teorici che hanno accompagnato le vicende sperimentali hanno dapprima tratto alimento dalla "vecchia teoria dei quanti" basata su una descrizione spazio-temporale dei fenomeni sulla quale erano sovrapposte regole di quantizzazione. Il culmine di questo sviluppo è stato raggiunto con la descrizione dell'interazione spin-orbita includente la "precessione di Thomas". La teoria di Dirac ha segnato una cesura con il passato, cesura che sarebbe stata approfondita dalla nascita della elettrodinamica quantistica.
- Diversi premi Nobel hanno lasciato la loro impronta nella storia della riga  $H_\alpha$  dell'atomo di idrogeno. Albert Michelson (1907), Niels Bohr (1922), Wolfgang Pauli (1945), Paul Dirac (1933), Willis Lamb (1955), Arthur Schawlow (1981) e Theodor Hänsch (2005).